https://t.me/gcealpastpapersbank

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $7^n - 1$ යන්න 6 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ සඳහා $7^n - 1 = 7 - 1 = 6$ හා එය 6 න් බෙදේ.

$\therefore$ $n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

ඕනෑම $k \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන, ප්‍රතිඵලය $n = k$ සඳහා සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $7^k - 1$ යන්න 6 න් බෙදේ. (5)

$\therefore$ $7^k - 1 = 6p$ වන පරිදි $p \in \mathbb{Z}^+$ පවතී. (5)

දැන්, $7^{k+1} - 1 = 7.7^k - 1$

$= 7(6p + 1) - 1$

$= 42p + 6$

$= 6(7p + 1)$, හා මෙය 6 න් බෙදේ. (5)

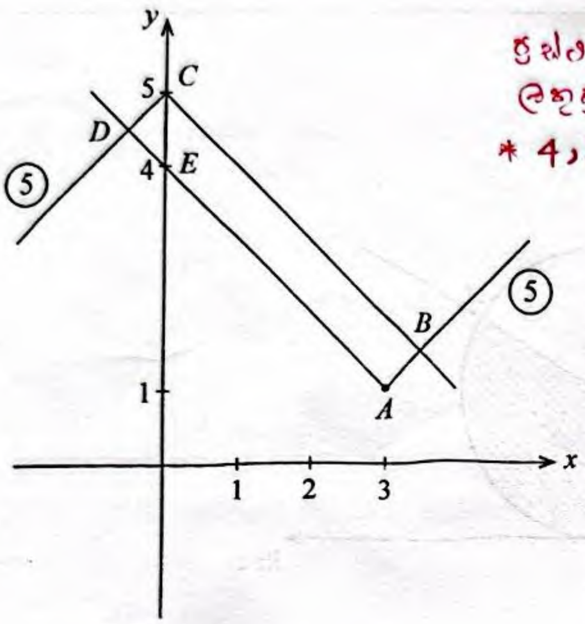
ඒ නයින්, $n = k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් $n = k + 1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. $n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව සාධනය කර ඇත.

ඒ නයින්, ගණිතමය අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් ප්‍රතිඵලය සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහාම සත්‍ය වේ. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

2. එකම රූප සටහනක $y=|x-3|+1$ හා $y=5-|x|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒනයින්, මෙම ප්‍රස්තාරවලින් ආවෘත වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.



ප්‍රස්තාර 2 හි හැඩයට ලකුණු ලබා දෙයි.
* 4, 5 ලකුණු කිරීම අවශ්‍ය නොවේ.

$CD = 1\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ← (5)

$AD = DE + EA = 1\sin 45° + \sqrt{3^2+3^2}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}$ ← (5)

$= \frac{7}{\sqrt{2}}$

∴ අවශ්‍ය වර්ගඵලය $= CD \cdot AD$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7}{\sqrt{2}}$ (මීට තුල්‍ය වෙන ප්‍රකාශනයකටත් දෙන්න)

$= \frac{7}{2}$ වර්ග ඒකක. (5)

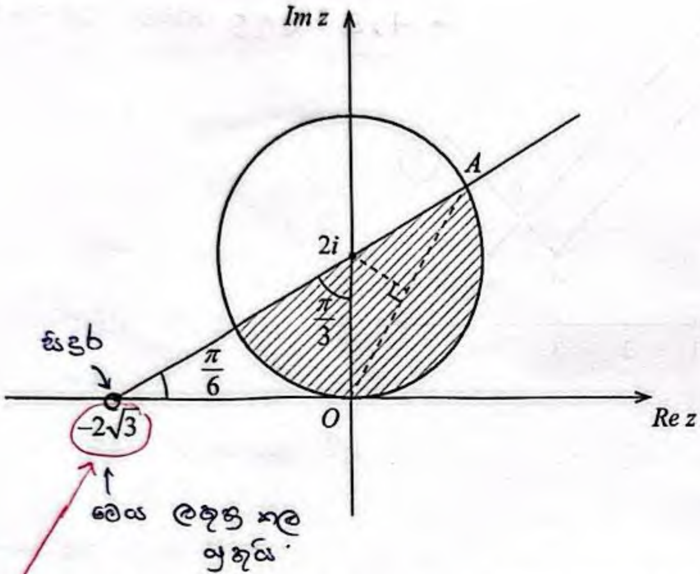
ඒකක අවශ්‍ය නැත.

ඛණ්ඩාංක එවැනියෙන් සදා ඇති විට ලකුණු දෙන්න.

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

3. $|z-2i|\leq 2$ හා $0\leq \text{Arg}\left(z+2\sqrt{3}\right)\leq \frac{\pi}{6}$ යන අසමානතා සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත පෙදෙස ආගන්ඩ් සටහනක අඳුරු කරන්න.
මෙම අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි ලක්ෂ්‍යවලින් නිරූපණය කරනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා $|z|$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න.



සිදුර සහිත අර්ධ රේඛාව (5) (අර්ධ රේඛාව 2i හරහා යා යුතු නැත)

O හිදී x-අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තය (5)

නිවැරදි පෙදෙස අඳුරු කිරීම (5)

$|z|$ හි අවශ්‍ය වැඩිතම අගය $= OA$ (5)

$= 2\times 2\sin\frac{\pi}{3}$

$= 2\sqrt{3}$ (5)

← මේ පිළිතුර පමණ ඇති නම් ල. (10) ම දෙන්න.

$A \equiv 2\cos\pi/6,\ 2+2\sin\pi/6$

$\equiv \sqrt{3},\ 3$

$OA = \sqrt{(\sqrt{3})^2+(3)^2}$

$= 2\sqrt{3}$ //

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

4. $(1+x^3)\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$ ප්‍රසාරණයෙහි නියත පදය 93 බව පෙන්වන්න.

$\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ සාධාරණ පදය $= {}^9C_r x^r \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)^{9-r}$ (5) ← සාධාරණ පදයට

$= {}^9C_r x^r \cdot x^{\left(\frac{r}{2}-\frac{9}{2}\right)}(-1)^{9-r}$

$= {}^9C_r x^{\left(\frac{3r}{2}-\frac{9}{2}\right)}$ (5) $(-1)^{9-r}$ ← x වල බලය නිවැරදි විට

$\therefore (1+x^3)\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$ හි ප්‍රසාරණයේ නියත පද ලැබෙන්නේ $\frac{3r}{2}-\frac{9}{2}=0$ විට හා $\frac{3r}{2}-\frac{9}{2}=-3$ වන විට ය. (5)

එනම් $r=3$ විට හා $r=1$ විට.

$\therefore$ අවශ්‍ය නියත පදය $= {}^9C_1 + {}^9C_3$ ← (5)

$= \frac{9!}{8!} + \frac{9!}{3!6!}$

$= 9 + \frac{9\times 8\times 7}{2\times 3}$

$= 9 + 84$

$= 93.$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

5. $\lim_{x \to 4} \frac{\left(\sqrt{x-3}-1\right)}{(x-4)^2} \sin\left(\sqrt{x}-2\right) = \frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x \to 4} \frac{\left(\sqrt{x-3}-1\right)}{(x-4)^2} \sin\left(\sqrt{x}-2\right)$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{\left(\sqrt{x-3}-1\right)}{(x-4)^2} \cdot \frac{\left(\sqrt{x-3}+1\right)}{\left(\sqrt{x-3}+1\right)} \cdot \sin\left(\sqrt{x}-2\right)$$ (5)

ප්‍රතිබද්ධයෙන් ගුණ කිරීම.

$$= \lim_{x \to 4} \frac{(x-4)}{(x-4)^2\left(\sqrt{x-3}+1\right)} \cdot \sin\left(\sqrt{x}-2\right)$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{1}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x-3}+1\right)} \cdot \frac{\sin\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)}$$ (5)

සාධක වෙන් කිරීමට

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{4}+2\right)\left(\sqrt{1}+1\right)} \cdot 1$$ (5) + (5) (1 කොටා තිබියත් ලකුණු දෙන්න)

ආදේශය යට

$$= \frac{1}{8}.$$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

6. $y = \dfrac{2}{x\sqrt[4]{4-x^2}}$, $y = 0, x = 1$ හා $x = \sqrt{2}$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x-අක්ෂය වටා 2π රේඩියනවලින් භ්‍රමණය කරනු ලබයි. මෙලෙස ජනනය කරනු ලබන ඝන වස්තුවෙහි පරිමාව $\pi\left(\sqrt{3}-1\right)$ බව පෙන්වන්න.

අවශ්‍ය පරිමාව $= \pi \displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} y^2 dx$ ← (5)

$y \Rightarrow f(x)$ තිබිනත් දෙන්න
$(1, \sqrt{2})$ ලෙස තිබිය යුතුයි. සීමාව

$= \pi \displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} \frac{4}{x^2\sqrt{4-x^2}} dx$

$x = 2\sin t$ යැයි ගනිමු.
එවිට $dx = 2\cos t\, dt$ වේ.

ආදේශයට අනුව සීමා මාරු කර තිබිය යුතුයි

$= \pi \displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{4}{4\sin^2 t\sqrt{4-4\sin^2 t}} \cdot 2\cos t\, dt$ (5) ←

* වෙන ආදේශය යොදා පිළිතුරට පැමිණෝත්තේ නැත්නම් Part marks නොදේ

$= \pi \displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 t \cdot 2\cos t} \cdot 2\cos t\, dt$

$= \pi \displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{cosec}^2 t\, dt$ (5)

$= \pi(-\cot t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}$ (5)

මේ පියවරේදී නැතත් සීමාව පෙර යොදා ඇතත් දෙන්න.

$= \pi\left(-\cot\frac{\pi}{4} + \cot\frac{\pi}{6}\right)$

$= \pi\left(\sqrt{3}-1\right)$. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

7. C යනු $t > 0$ සඳහා $x = \ln t$ හා $y = e^t + t\ln t$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ගනිමු.
$\dfrac{dy}{dx} = t(e^t + \ln t + 1)$ බව පෙන්වන්න.
C වක්‍රයට $t = 1$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ස්පර්ශකය $(1, a)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි නම්, $a = 1 + 2e$ බව පෙන්වන්න.

$t > 0$ සඳහා $x = \ln t$ හා $y = e^t + t\ln t$.

$\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{t}$ හා $\dfrac{dy}{dt} = e^t + \ln t + t \cdot \dfrac{1}{t}$ (5)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(e^t + \ln t + 1)}{\frac{1}{t}}$$

$= t(e^t + \ln t + 1).$ (5)

$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=1} = e + \ln 1 + 1 = e + 1.$ (5)

$t = 1$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍ය $(0, e)$ වේ. (5)

$\therefore \dfrac{a - e}{1 - 0} = e + 1$

$\therefore a = 1 + 2e.$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

8. මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට ලම්බ දුර 1 ක් වන, $A \equiv (-1, 2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛා දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

* ඕනෑම රේඛාවක් $y = mx + c$ ආකාරයෙන් ලිවිය නොහැක.

$A \equiv (-1, 2)$ හරහා වූ ඕනෑම රේඛාවක සමීකරණය $a(x+1) + b(y-2) = 0$ ආකාරයෙන් වේ; මෙහි $a^2 + b^2 \neq 0$ වූ $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. (5)

* මෙහි $x = -1$ සඳහා (5)
ඉතිරි රේඛාවට (20)

$$\frac{y-2}{x+1} = \frac{-a}{b}$$

දත්තයෙන්: $\dfrac{|a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1$ ← (5)

$\Leftrightarrow \quad (a-2b)^2 = a^2 + b^2$

$\Leftrightarrow \quad 4ab - 3b^2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad b(4a-3b) = 0$

$\Leftrightarrow \quad b = 0$ හෝ $a = \dfrac{3b}{4}$ (5)

අවශ්‍ය සමීකරණ $a(x+1) = 0$ හෝ $\dfrac{3b}{4}(x+1) + b(y-2) = 0$ වේ.

එනම්, $x = -1$ හෝ $3x + 4y - 5 = 0$.
(5) (5)

විකල්ප ක්‍රමය

$x = -1$ යනු $A \equiv (-1, 2)$ හරහා වූ එක් රේඛාවකි. ← (5)

$A \equiv (-1, 2)$ හරහා වූ වෙනත් ඕනෑම රේඛාවක් $y = mx + c$ යැයි ගනිමු.

එවිට $2 = m(-1) + c$ හා එනම් $c = m + 2$ වේ.

$\therefore \; y = mx + m + 2.$ ← (5)

දත්තයෙන්: $\dfrac{|m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 1$ ← (5)

$\Leftrightarrow \quad (m+2)^2 = m^2 + 1$

$\Leftrightarrow \quad 4m + 4 = 1$

$\Leftrightarrow \quad m = -\dfrac{3}{4}.$ ← (5)

අනෙක් රේඛාව $y = -\dfrac{3}{4}x - \dfrac{3}{4} + 2$ මගින් දෙනු ලැබේ.

එනම් $3x + 4y - 5 = 0.$ ← (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

9. $A \equiv (-1, 1)$ හා $B \equiv (3, 3)$ යැයි ගනිමු. AB විෂ්කම්භයක් වූ S වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න. $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 9 = 0$ වෘත්තය, S වෘත්තය B හි දී අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

S හි සමීකරණය

$(x+1)(x-3) + (y-1)(y-3) = 0.$ ← (5)

වෙනත් ආකාරයකට සොයා ඇත්නම් (10) (කේන්ද්‍රය හා අරය භාවිතයෙන්)

C_1 යනු S හි කේන්ද්‍රය යැයි ගනිමු.

එවිට $C_1 \equiv (1, 2)$.

එහි අරය $r_1 = \sqrt{5}$ } (5) මේ දෙකම නිවැරදි නම්

C_2 යනු $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 9 = 0$ හි කේන්ද්‍රය යැයි ගනිමු.

එවිට $C_2 \equiv (2, \frac{5}{2})$.

එහි අරය $r_2 = \sqrt{(-2)^2 + \left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 9} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. } (5) මේ දෙකම නිවැරදි නම්

දැන්, $C_1C_2 = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$\therefore\ C_1C_2 = r_1 - r_2.$ ← (5) අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වීමේ අවශ්‍යතාව

දෙවන වෘත්තය මත B පිහිටන බව සත්‍යාපනය කිරීම සඳහා ← (5) B ඛණ්ඩාංකය ආදේශයට

$\therefore\ x^2 + y^2 - 4x - 5y + 9 = 0$ වෘත්තය S වෘත්තය B හිදී අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරයි.

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

10. $\dfrac{\cot\theta}{1+\sin\theta}+\dfrac{\cot\theta}{1-\sin\theta}\equiv 4\operatorname{cosec}2\theta$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\dfrac{\cot\theta}{1+\sin\theta}+\dfrac{\cot\theta}{1-\sin\theta}=8\cos 2\theta$ විසඳන්න.

$$\frac{\cot\theta}{1+\sin\theta}+\frac{\cot\theta}{1-\sin\theta}$$

$$=\frac{[(1-\sin\theta)+(1+\sin\theta)]\cot\theta}{1-\sin^2\theta}$$

$$=\frac{2\cot\theta}{\cos^2\theta} \quad (5)$$

$$=\frac{2}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$=4\operatorname{cosec}2\theta. \quad (5)$$

$$\frac{\cot\theta}{1+\sin\theta}+\frac{\cot\theta}{1-\sin\theta}=8\cos 2\theta$$

$$4\operatorname{cosec}2\theta=8\cos 2\theta \leftarrow (5)$$

$$2\cos 2\theta\sin 2\theta=1$$

$$\sin 4\theta=1 \leftarrow (5)$$

$$\sin 4\theta=\sin\frac{\pi}{2}$$

$\therefore 4\theta=n\pi \quad (+1)^n\dfrac{\pi}{2}$; මෙහි $n\in\mathbb{Z}$.

$\therefore \theta=\dfrac{n\pi}{4} \quad (+1)^n\dfrac{\pi}{8}$,; මෙහි $n\in\mathbb{Z}$. (5)

$4\theta = n\pi + (-1)^n \pi/2$

$\theta = \dfrac{n\pi}{4} + (-1)^n \dfrac{\pi}{8}$ //

(මේ පියවරට දෙන්න)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

11. (a) $f(x) = x^2 + 2x + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $c \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ යන සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් ඇති බව දී ඇත. $c < 1$ බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු $f(x) = 0$ හි මූල යැයි ගනිමු.

$\alpha^2 + \beta^2 = 4 - 2c$ බව පෙන්වන්න.

$c \neq 0$ හා $\lambda \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ හා $\beta + \frac{1}{\beta}$ මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය $2x^2 + 12x + \lambda = 0$ වේ. c හා λ හි අගයන් සොයන්න.

(b) $f(x) = x^3 + px^2 + qx + p$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $f(x)$ යන්න $(x-2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය, $f(x)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂයට වඩා 36 ක් වැඩි ය. $3p + q = 29$ බව පෙන්වන්න.

$(x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව ද දී ඇත.

$p = 6$ හා $q = 11$ බව පෙන්වා $f(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න.

ඒ නයින්, $f(x) = 3(x+2)$ විසඳන්න.

විවේචකය ලිවීමට

(5) (5) ප්‍රභින්න මූල

(a) $\Delta = 4 - 4c > 0.$ තිබීමට අවශ්‍යතාව

$\therefore\ c < 1.$ ← (5)

15

$\alpha + \beta = -2$ and $\alpha\beta = c.$

(5) මූල දෙකේ එකතුව (5) මූල දෙකේ ගුණිතය

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$ ← (5) ප්‍රකාශනයට

$= 4 - 2c.$ (5) ආදේශයට

20

$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) = -\frac{12}{2}$ (10) / 00 මූල දෙකේ එකතුවට

* C සෙවීමට (25)

$\alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -6$ (5) ← ආදේශයට සකස් කිරීමට

$-2 - \frac{2}{c} = -6$ (5) ← ආදේශයට

$\frac{2}{c} = 4$

$c = \frac{1}{2}$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\beta+\frac{1}{\beta}\right)=\frac{\lambda}{2}$ (10)

$\alpha\beta+\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\lambda}{2}$

$\alpha\beta+\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{\lambda}{2}$ (5)

$c+\frac{1}{c}+\frac{4-2c}{c}=\frac{\lambda}{2}$

$\frac{1}{2}+2+\frac{4-2\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{\lambda}{2}$ (5)

$\frac{5}{2}+6=\frac{\lambda}{2}$

$\therefore\ \lambda=17.$ (5)

[50]

(b) $f(x)=x^3+px^2+qx+p$

$f(x)$ යන්න $(x-2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය

$=f(2)=8+4p+2q+p=8+5p+2q.$ (5)

$f(x)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය

$=f(1)=1+p+q+p=1+2p+q.$ (5)

$f(2)=36+f(1)$ බව දී ඇත. (5)

$8+5p+2q=36+1+2p+q.$

$3p+q=29$ ——— ①

(5)

[20]

$(x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බැවින් $f(-1)=0.$ (5)

$\therefore\ -1+p-q+p=0$

$\therefore\ 2p-q=1$ ——— ② (5)

① හා ② $\Rightarrow$ $5p=30$

$\therefore p=6$ (5)

දැන් ① $\Rightarrow$ $18+q=29$

$\therefore q=11.$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$= (x+1)(x^2+5x+6)$ (5) වර්ගජ නොවසට

$= (x+1)(x+2)(x+3)$ (5) සාධක 3 ලබාගෙන ඇත්නම් ල.(10)යි.

30

$f(x) = 3(x+2)$

$(x+1)(x+2)(x+3) = 3(x+2)$

$(x+2)[(x+1)(x+3) - 3] = 0$ (5)

$(x+2)(x^2+4x) = 0$

$x(x+2)(x+4) = 0$ (5)

$\therefore\ x = 0$ or $x = -2$ or $x = -4.$ (5)

(5) (5) (5)

පිළිතුරු 3 ට (5) බැගින්.

15

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

12. (*a*) පවුලක දෙමාපියන් තම ළඟම ඥාතීන් 15 දෙනෙකු අතුරෙන් 6 දෙනෙකුට රාත්‍රී භෝජන සංග්‍රහයකට ආරාධනා කිරීමට තීරණය කරති. පියාට ළඟම ගැහැනු ඥාතීන් 5 දෙනෙකු හා ළඟම පිරිමි ඥාතීන් 3 දෙනෙකු සිටින අතර, මවට ළඟම ගැහැනු ඥාතීන් 3 දෙනෙකු හා ළඟම පිරිමි ඥාතීන් 4 දෙනෙකු සිටී.

(i) පියාට ඔහුගේ ළඟම ගැහැනු ඥාතීන් 3 දෙනෙකුටත් මවට ඇයගේ ළඟම පිරිමි ඥාතීන් 3 දෙනෙකුටත් ආරාධනා කළ හැකි

(ii) පිරිමි ආරාධිතයන් 3 දෙනෙකු හා ගැහැනු ආරාධිතයන් 3 දෙනෙකු වන පරිදි, පියාට ඔහුගේ ළඟම ඥාතීන් 3 දෙනෙකුටත් මවට ඇයගේ ළඟම ඥාතීන් 3 දෙනෙකුටත් ආරාධනා කළ හැකි

වෙනස් විධි ගණන සොයන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{1}{r(r+2)(r+4)}$ හා $f(r) = \dfrac{1}{r(r+2)}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $f(r) - f(r+2) = AU_r$ වන පරිදි A තාත්ත්වික නියතයෙහි අගය නිර්ණය කරන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{11}{96} - \dfrac{1}{4(n+1)(n+3)} - \dfrac{1}{4(n+2)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} (mU_r + U_{n+1-r}) = \dfrac{11}{32}$ වන පරිදි m තාත්ත්වික නියතයෙහි අගය සොයන්න.

12. (*a*)

පියා		මව	
ගැහැනු ඥාතීන්	පිරිමි ඥාතීන්	ගැහැනු ඥාතීන්	පිරිමි ඥාතීන්
5	3	3	4

(i) පියාට ඔහුගේ ළඟම ගැහැනු ඥාතීන් 3 දෙනෙකුට ආරාධනා කළ හැකි වෙනස් විධි ගණන $= {}^5C_3$ (5)

මවට ඇයගේ ළඟම පිරිමි ඥාතීන් 3 දෙනෙකුට ආරාධනා කළ හැකි වෙනස් විධි ගණන $= {}^4C_3$ (5)

$\therefore$ පියාට ඔහුගේ ළඟම ගැහැනු ඥාතීන් 3 දෙනෙකුටත් මවට ඇයගේ ළඟම පිරිමි ඥාතීන් 3 දෙනෙකුටත් ආරාධනා කළ හැකි වෙනස් විධි ගණන $= {}^5C_3 \times {}^4C_3$ (5)

$$= \frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{3!1!} = \frac{5\times 4}{2} \times 4 = 40$$ (5)

20

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

(ii)

	පියා	මව	වෙනස් විධි ගණන	
oo/ (10) {	ගැහැනු 3 ක්	පිරිමි 3 ක්	${}^5C_3 \times {}^4C_3 = 40$	
	ගැහැනු 2 ක් හා පිරිමි 1 ක්	ගැහැනු 1 ක් හා පිරිමි 2 ක්	4න් 2ක් හරි නම් (5) ${}^5C_2 \times {}^3C_1 \times {}^3C_1 \times {}^4C_2 = 540$	(10)
	ගැහැනු 1 ක් හා පිරිමි 2 ක්	ගැහැනු 2 ක් හා පිරිමි 1 ක්	4න් 2ක් හරි නම් (5) ${}^5C_1 \times {}^3C_2 \times {}^3C_2 \times {}^4C_1 = 180$	(10)
	පිරිමි 3 ක්	ගැහැනු 3 ක්	${}^3C_3 \times {}^3C_3 = 1$	(5)

පිළිතුර = 40 + 540 + 180 + 1 = 761. (5) **[40]**

මෙහම ලියා නැත්නම් සියළු ආකාර ලියා ඇතිවිට (40) ම දෙන්න

(b) $f(r) - f(r+2) = \dfrac{1}{r(r+2)} - \dfrac{1}{(r+2)(r+4)}$ (5) ආදේශයට

$= \dfrac{(r+4) - r}{r(r+2)(r+4)}$ (5) පොදු හරයට

$= 4\,\dfrac{1}{r(r+2)(r+4)}$

$= 4U_r$ (5) සුළු කිරීමට

$\therefore A = 4.$ (5) **[20]**

$\therefore \quad 4U_r = f(r) - f(r+2)$ for $r \in \mathbb{Z}^+$.

$r = 1 \quad : \quad 4U_1 = f(1) - f(3)$

$r = 2 \quad : \quad 4U_2 = f(2) - f(4)$ (5) (පියවර) මුලින් පද 3ක් ලිවිය යුතුයි.

$r = 3 \quad : \quad 4U_3 = f(3) - f(5)$

. . . .

. . . .

. . . .

$r = n-2 \quad : \quad 4U_{n-2} = f(n-2) - f(n)$

$r = n-1 \quad : \quad 4U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1)$ (5) පහළින් පියවර 3ක් ලිවිය යුතුය.

$r = n \quad : \quad 4U_n = f(n) - f(n+2)$

වැරදි A සඳහා ල. (30) කි. අවසාන (5) හිමි නොවේ.

$4\sum_{r=1}^{n} U_r = f(1) + f(2) - f(n+1) - f(n+2)$ (10)/oo

$= \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{(n+1)(n+3)} - \dfrac{1}{(n+2)(n+4)}$ (10)/oo

$\therefore \sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{11}{96} - \dfrac{1}{4(n+1)(n+3)} - \dfrac{1}{4(n+2)(n+4)}$ (5)

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} U_r = \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{11}{96}-\frac{1}{4(n+1)(n+3)}-\frac{1}{4(n+2)(n+4)}\right\} \quad (5)$$

$$=\frac{11}{96}. \quad (5)$$

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී වන අතර එහි ඓක්‍යය $=\frac{11}{96}$. (5) $\sum_{r=1}^{\infty} U_r = \frac{11}{96}$

[15]

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\left(mU_r + U_{n+1-r}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(m\sum_{r=1}^{n}U_r + \sum_{r=1}^{n}U_{n+1-r}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(m\sum_{r=1}^{n}U_r + \sum_{r=1}^{n}U_r\right) \quad (10)$$

$$=(m+1)\sum_{r=1}^{\infty}U_r$$

$$\therefore (m+1)\frac{11}{96}=\frac{11}{32} \quad (5)$$

$\therefore m+1 = 3$ හා $m = 2$. (5)

[20]

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & a & 2 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 3 & b & a \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $2\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ යැයි දී ඇත.

$a = 0$ හා $b = 5$ බව පෙන්වන්න.

a හා b හි මෙම අගයන් සඳහා, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}^{\mathrm{T}}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{C}$ සොයා $\mathbf{C}^{-1}$ ලියා දක්වන්න.

$\mathbf{DC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ වන පරිදි වූ $\mathbf{D}$ න්‍යාසය සොයන්න.

(*b*) $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$

(ii) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z}_1 \overline{z}_2$

(iii) $z_1 \overline{z}_1 = |z_1|^2$

බව පෙන්වන්න.

$z_2 \neq 0$ සඳහා $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z}_1}{\overline{z}_2}$ යන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $|z_1| = 1$ හා $z_1 \neq \pm 1$ නම් ද $\dfrac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ යන් තාත්වික ද නම්, $|z_2| = 1$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) $\sqrt{3} + i$ යන්න $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$.

ද මුවාවර් ප්‍රමේය භාවිතයෙන්, $\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^{24}}{2^{23}(1+i)} = 1 - i$ බව පෙන්වන්න.

(*a*) $2\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

$$2\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & a & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 3 & b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

2A+B සුළු කිරීම (10) or (00)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4+a & -2+b \\ 6+3 & 2a+b & 4+a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$\Leftrightarrow 4 + a = 4$, $-2 + b = 3$ හා $2a + b = 5$ (10) ඕනෑම දෙකක් සඳහා. or (00)

$\Leftrightarrow a = 0$ හා $b = 5$. (5)

[

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$\mathbf{C} = \mathbf{AB}^T$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & 13 \\ 10 & 9 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{C}^{-1} = -\frac{1}{175} \begin{pmatrix} 9 & -13 \\ -10 & -5 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

25

$$\mathbf{DC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{C}^{-1} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \left[-\frac{1}{175} \begin{pmatrix} 9 & -13 \\ -10 & -5 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \frac{-1}{175} \begin{pmatrix} 9 & -13 \\ -20 & -10 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

15

(*b*) Let $z_1 = x_1 + iy_1$ හා $z_2 = x_2 + iy_2$; මෙහි $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$.

(i) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{(x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)}$

$= (x_1 + x_2) - i(y_1 + y_2) \quad (5)$

$= (x_1 - iy_1) + (x2 - iy_2)$

$= \overline{z_1} + \overline{z_2}. \quad (5)$

10

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

(ii) $\overline{z_1 z_2} = \overline{(x_1 + iy_1) \cdot (x_2 + iy_2)}$

$= \overline{(x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + y_1x_2)}$

$= (x_1x_2 - y_1y_2) - i(x_1y_2 + y_1x_2)$ (5)

$\overline{z_1} \cdot \overline{z_2} = (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2)$

$= (x_1x_2 - y_1y_2) - i(x_1y_2 + y_1x_2)$ (5)

$\therefore \overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\,\overline{z_2}.$ (5)

[15]

(iii) $z_1\overline{z_1} = (x_1 + iy_1)(x_1 - iy_1)$

$= x_1^2 + y_1^2$ (5)

$= |z_1|^2.$ (5)

[10]

$\overline{\left(\dfrac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}\right)} = \dfrac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ (5)

$\Rightarrow \dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{1 + \overline{z_1}\,\overline{z_2}} = \dfrac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ (5)

$\Rightarrow \overline{z_1} + \overline{z_1}z_1z_2 + \overline{z_2} + \overline{z_2}z_1z_2 = z_1 + z_2 + \overline{z_1}\,\overline{z_2}z_1 + \overline{z_1}\,\overline{z_2}z_2$

$\Rightarrow \overline{z_1} + |\overline{z_1}|^2 z_2 + \overline{z_2} + z_1|\overline{z_2}|^2 = z_1 + z_2 + \overline{z_2}|\overline{z_1}|^2 + \overline{z_1}|\overline{z_2}|^2$ (5) $|z_1|^2, |z_2|^2$

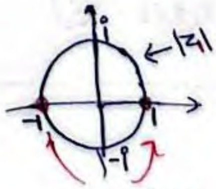
$\Rightarrow \overline{z_1} + \not{z_2} + \not{\overline{z_2}} + z_1|z_2|^2 = z_1 + \not{z_2} + \not{\overline{z_2}} + \overline{z_1}|z_2|^2$

$\Rightarrow (z_1 - \overline{z_1})\left(|\overline{z_2}|^2 - 1\right) = 0$ (5)

$\Rightarrow |z_2|^2 - 1 = 0 \quad (\because \overline{z_1} \neq z_1)$ *

$\Rightarrow |z_2| = 1.$ (5)

$(|z_1| = 1 \text{ and } z_1 \neq \pm 1)$



$z_1 \neq \pm 1$

$z_1 \neq \overline{z_1}$

[25]

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

(c) $\sqrt{3}+i=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}\right)$ (5)

$=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ (5)

$r=2$ හා $\theta=\frac{\pi}{6}$.

$\frac{\sqrt{3}+i}{2^{23}(1+i)}=\frac{2^{24}(\cos 4\pi+i\sin 4\pi)}{2^{23}(1+i)}$ (5) ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතය.

$=\frac{2}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}$ (5)

$=\frac{2(1-i)}{2}$ ප්‍රතිබද්ධයෙන් ගුණකිරීම.

$=1-i.$ (5)

25

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

14. (*a*) $x \in \mathbb{R} - \{1, 2\}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{px+q}{(x-1)(x-2)}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට $(0, 1)$ හි දී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බව දී ඇත. $p = -3$ හා $q = 2$ බව පෙන්වන්න.
p හා q හි මෙම අගයන් සඳහා, $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 1, 2$ සඳහා $f'(x) = \dfrac{x(3x-4)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, $x^2(x-1)(x-2) = 2 - 3x$ සමීකරණයේ තාත්ත්වික විසඳුම් ගණන සොයන්න.

(*b*) පියනක් සහ පතුලක් සහිත සිලින්ඩරයක්, පරිමාව 1024π cm^3 වන පරිදි සාදා ඇත. සිලින්ඩරයේ අර
r cm යැයි ගනිමු. සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය S cm^2 යන්න $r > 0$ සඳහා $S = 2\pi\left(\dfrac{1024}{r} + r^2\right.$
මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

S අවම වන්නේ $r = 8$ වන විට බව පෙන්වන්න.

(*a*) $f(0) = 1$ බැවින් $\dfrac{q}{2} = 1$ වේ.

$\therefore\ q = 2$ (5)

$f'(x) = \dfrac{(x-1)(x-2)p - (px+q)(x-1+x-2)}{(x-1)^2(x-2)^2}$; $x \neq 1, 2$ සඳහා (10)

$f'(0) = 0$ බැවින් $2p - q(-3) = 0$ වේ. (5)

$\therefore\ 2p = -3q$

$\quad = -6$

$\therefore\ p = -3$ (5)

2

$f'(x) = \dfrac{-3(x^2-3x+2) - (-3x+2)(2x-3)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ (5) (p, q ආදේශයට)

$= \dfrac{-3x^2+9x-6+6x^2-13x+6}{(x-1)^2(x-2)^2}$

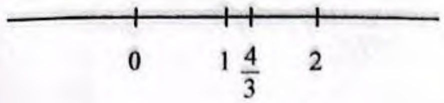
$= \dfrac{3x^2-4x}{(x-1)^2(x-2)^2}$

$= \dfrac{x(3x-4)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ (5) for $x \neq 1, 2$. ← සාධක වෙන් කිරීමට

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x = \dfrac{4}{3}$. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank



	$-\infty < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < \frac{4}{3}$	$\frac{4}{3} < x < 2$	$2 < x < \infty$
~~Sign of~~ $f'(x) = \frac{x(3x-4)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ ලකුණ	$\frac{(-)(-)}{(+)}$ $= (+)$ (5)	$\frac{(+)(-)}{(+)}$ $= (-)$ (5)	$\frac{(+)(-)}{(+)}$ $= (-)$ (5)	$\frac{(+)(+)}{(+)}$ $= (+)$ (5)	$\frac{(+)(+)}{(+)}$ $= (+)$ (5)
$f(x)$	↗ (max)	↘	↘ (min)	↗	↗

(10) 00

$(-\infty, 0]$, $[\frac{4}{3}, 2)$ හා $(2, \infty)$ මත වැඩි වේ.

$[0, 1)$ හා $(1, \frac{4}{3}]$ මත අඩු වේ.

$(0, \frac{4}{3})$ ප්‍රාන්තර වශයෙන් කරලා නම් (−10)

$(\frac{4}{3}, \infty)$ " " " " (−10)

50

$(0, 1)$ හිදී ස්ථානීය උපරිමයකි. (5)

$(\frac{4}{3}, 9)$ හිදී ස්ථානීය අවමයකි. (5)

} ප්‍රස්ථාරයේ ලකුණු කර ඇත්නම් ලකුණු දෙන්න.

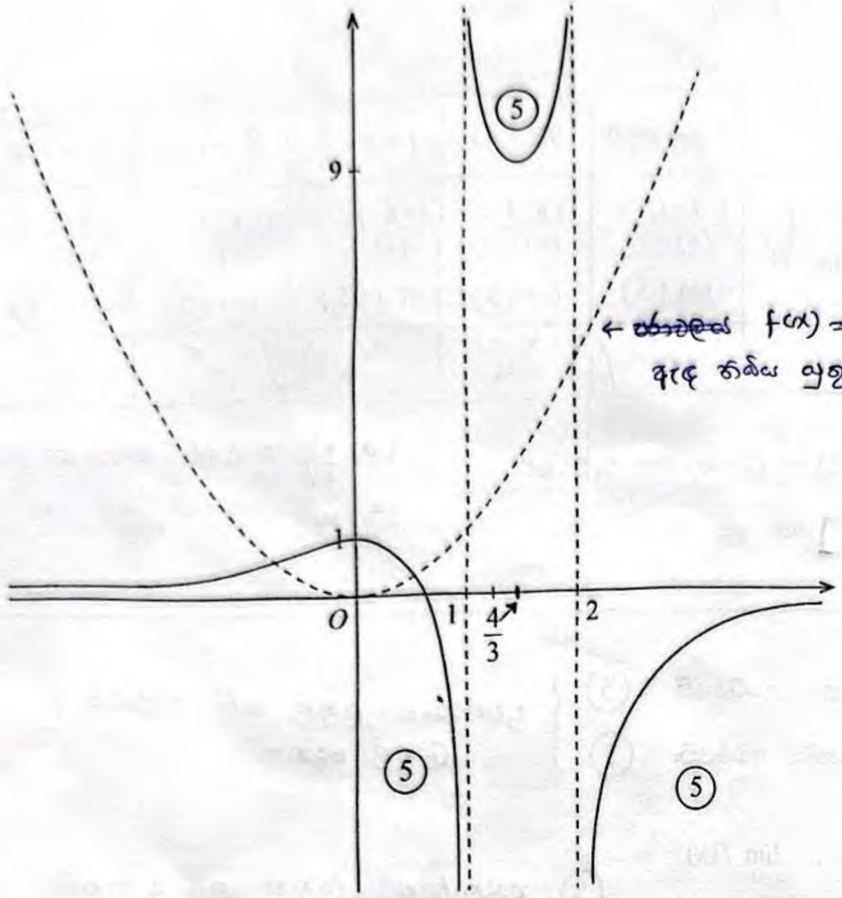
$\lim_{x \to 1-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to 1+} f(x) = \infty$

$\lim_{x \to 2-} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to 2+} f(x) = -\infty$

(5) ප්‍රස්තාරයේ ලකුණු කර ඇත්නම් ලකුණු දෙන්න.

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$. (5) ප්‍රස්තාරයේ ලකුණු කර ඇත්නම් ලකුණු දෙන්න.

https://t.me/gcealpastpapersbank



35

$x^2(x-1)(x-2) = 2-3x$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{2-3x}{(x-1)(x-2)}$ (5)

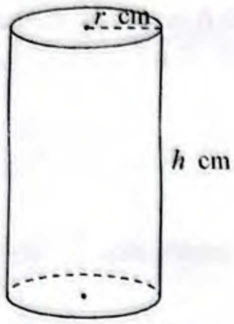
$\Leftrightarrow x^2 = f(x)$

$\therefore$ තාත්ත්වික විසඳුම් ගණන = 2. (5)

10

https://t.me/gcealpastpapersbank

(b)



$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$\pi r^2 h = 1024\pi$

$\therefore \quad h = \dfrac{1024}{r^2}$ (5)

$\therefore \quad S = 2\pi r\left\{\dfrac{1024}{r^2}\right\} + 2\pi r^2$

$= 2\pi\left(\dfrac{1024}{r} + r^2\right)$ (5)

[10]

$\dfrac{dS}{dr} = 2\pi\left(-\dfrac{1024}{r^2} + 2r\right)$ (5)

$\dfrac{dS}{dr} = 0$ (5) $\Leftrightarrow \dfrac{1024}{r^2} = 2r$

$\Leftrightarrow r^3 = 512$

$\Leftrightarrow r = 8.$ (5)

$0 < r < 8$ සඳහා $\dfrac{dS}{dr} < 0$ වේ.

$r > 8$ සඳහා $\dfrac{dS}{dr} > 0$ වේ.

$\therefore$ S අවම වන්නේ $r = 8$ විට ය. (5) අවමයක් බව පෙන්වීම.

[20]

$\dfrac{d^2s}{dr^2}$ සොයා $r = 8$ ආදේශයෙන්, $\dfrac{d^2s}{dr^2} > 0$ බව පෙන්වීමට මෙම ලකුණු (5) දෙන්න.

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

15.(*a*) සියලු $t \in \mathbb{R}$ සඳහා $3t^2 + 4 = A(t^2 - 2t + 4) + Bt(t + 1)$ වන පරිදි A හා B තාත්ත්වික නියතයන්හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $\int \frac{3t^2 + 4}{(t+1)(t^2 - 2t + 4)} \, dt$ සොයන්න.

(*b*) $u = x + \sqrt{x^2 + 3}$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} dx = \frac{1}{2} \ln 3$ බව පෙන්වන්න.

$J = \int_0^1 \sqrt{x^2 + 3} \, dx$ යැයි ගනිමු. කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $2J = 2 + \int_0^1 \frac{3}{\sqrt{x^2 + 3}} dx$ බව පෙන්වන්න.

$J = 1 + \frac{3}{4} \ln 3$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*c*) a නියතයක් වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a - x) dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{\cos x}{\cos x + \sin x}\right) dx = \frac{\pi}{8} \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(*a*) $3t^2 + 4 = A(t^2 - 2t + 4) + Bt(t + 1)$

$= (A + B)t^2 + (-2A + B)t + 4A$ (5)

t^2 හි සංගුණක : $3 = A + B$
t^1 හි සංගුණක : $0 = -2A + B$
t^0 හි සංගුණක : $4 = 4A$

සමීකරණ 2ක් තිබීම ප්‍රමාණවත්

$\therefore \; A = 1$ හා $B = 2$.

(5) (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$$\therefore \frac{3t^2+4}{(t+1)(t^2-2t+4)} = \frac{1}{t+1} + \frac{2t}{t^2-2t+4}.$$ (10) වැරදි A හා B සඳහා මෙය නොදේ.

$$\int \frac{3t^2+4}{(t+1)(t^2-2t+4)}\,dt = \int \left\{ \frac{1}{t+1} + \frac{2t-2+2}{t^2-2t+4} \right\} dt$$

$$= \int \frac{1}{t+1}\,dt + \int \frac{2t-2}{t^2-2t+4}\,dt + 2\int \frac{1}{(t-1)^2+3}\,dt$$

$$= \ln|t+1| + \ln|t^2-2t+4| + \frac{2}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{t-1}{\sqrt{3}}\right) + C,$$ (5) C ඇතුළු සම්පූර්ණ පිළිතුරට A හා B වැරදි නම් මෙම (5) නොදේ.

(5) (5) (5)

මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි.

30

(b) $u = x + \sqrt{x^2+3}$.

$$\frac{du}{dx} = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{u}{\sqrt{x^2+3}}$$ (5)

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}\,dx = \frac{1}{u}\,du$$

$x = 0 \Rightarrow u = \sqrt{3}$.
$x = 1 \Rightarrow u = 3$. (5)

So, $$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}\,dx = \int_{\sqrt{3}}^{3} \frac{1}{u}\,du = \ln|u|\Big|_{\sqrt{3}}^{3} = \ln 3 - \ln\sqrt{3}$$

(5) (5)

$$= \ln\sqrt{3} = \frac{1}{2}\ln 3$$ (5)

25

$$J = \int_0^1 \sqrt{x^2+3}\,dx = x\sqrt{x^2+3}\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+3}}\,dx$$ (10)

$$= 2 - \int_0^1 \frac{x^2+3-3}{\sqrt{x^2+3}}\,dx$$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$$\therefore\ J = 2\int_0^1 \sqrt{x^2+3}\,dx + \int_0^1 \frac{3}{\sqrt{x^2+3}}\,dx \quad (10)$$

$$\Rightarrow 2J = 2 + \int_0^1 \frac{3}{\sqrt{x^2+3}}\,dx. \quad (5)$$

30

$$\therefore\ J = 1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}\ln 3$$

$$= 1 + \frac{3}{4}\ln 3 \quad (10)$$

10

(c) Let $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{\cos x}{\cos x + \sin x}\right)dx$.

Then $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}\right)dx$ (5)

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{\cos\frac{\pi}{4}\cos x + \sin\frac{\pi}{4}\sin x}{\cos\frac{\pi}{4}\cos x + \sin\frac{\pi}{4}\sin x + \sin\frac{\pi}{4}\cos x - \cos\frac{\pi}{4}\sin x}\right)dx \quad (10)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{\cos x + \sin x}{2\cos x}\right)dx \quad (5)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{1}{2}\right)dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{\cos x}{\cos x + \sin x}\right)dx \quad (10)$$

$$\therefore\ = I\quad \ln\left(\frac{1}{2}\right)x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - I. \quad (5)$$

$$\Rightarrow 2I = \ln\left(\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{4}$$

$$\therefore\ I = \frac{\pi}{8}\ln\left(\frac{1}{2}\right). \quad (5)$$

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

16. $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv (a, b)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. AB රේඛා ඛණ්ඩයේ l ලම්බ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය $x + y - 4 = 0$ බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

$C \equiv (3, 1)$ යැයි ගනිමු. C ලක්ෂ්‍යය l රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වා $A\hat{C}B$ සොයන්න.

A, B හා C ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තය S යැයි ගනිමු. S හි කේන්ද්‍රය $\left(\frac{13}{6}, \frac{11}{6}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා S හි සමීකරණය සොයන්න.

ඒ නයින්, A, B ලක්ෂ්‍ය හා $D \equiv (0, 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $\equiv \left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$. (5)

මෙම ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටයි.

$\therefore \frac{1+a}{2} + \frac{2+b}{2} - 4 = 0$

$\therefore a + b = 5$ ——— ① (5)

තවද l යන්න AB ට ලම්බක වේ.

(5)

$\therefore \left(\frac{b-2}{a-1}\right) \times (-1) = -1.$ (5)

$\therefore b - 2 = a - 1$

$\therefore b - a = 1$ ——— ② (5)

දැන්, ① හා ② මගින් $a = 2$ හා $b = 3$ ලැබේ.
(5) (5)

එවිට, $A \equiv (1, 2)$, $B \equiv (2, 3)$ හා $C \equiv (3, 1)$.

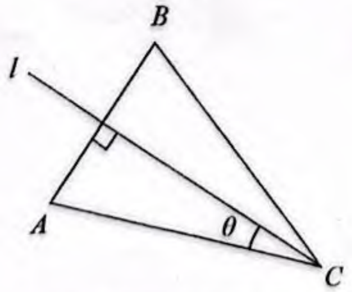
35

~~Substitute~~ $x = 3$ හා $y = 1$, $x + y - 4 = 0$ හි ආදේශ කරමු. (5)

ව.පැ. $= 3 + 4 - 1$

$= 0 =$ ද.පැ.

$\therefore l$ මත C පිහිටයි. (5)



https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

AC හා l අතර කෝණය θ යැයි ගනිමු.

එවිට θ සුළු කෝණයකි.

AC හි අනුක්‍රමණය $= \frac{1}{2}$. (5)

$$\tan\theta = \left|\frac{-\frac{1}{2}-(-1)}{1+\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-1)}\right| = \frac{1}{3} \quad (10)$$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$. (5)

$\therefore\ A\hat{C}B = 2\theta \quad 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$. (5) (තුල්‍ය උත්තර සඳහා ලකුණු ලබා දෙන්න) [35]

AC හි ලම්බ සමච්ඡේදකය m යැයි ගනිමු.

m හි අනුක්‍රමණය $= 2$ වේ. (5)

AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $\equiv \left(2, \frac{3}{2}\right)$. (5)

m හි සමීකරණය : $y - \frac{3}{2} = 2(x-2)$ (5)

එනම් $y - 2x + \frac{5}{2} = 0$.

S හි කේන්ද්‍රය l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වේ. (5)

$x + y - 4 = 0$ හා $y - 2x + \frac{5}{2} = 0$ සමගාමීව විසඳීමෙන්, (5)

$3x = 4 + \frac{5}{2}$ අපට ලැබේ.

$\therefore$ ~~$x = \frac{16}{3}$~~ හා $y = 4 - \frac{13}{6} = \frac{11}{6}$.

$x = \frac{13}{6}$ (5) (5)

$\therefore\ S$ හි කේන්ද්‍රය $\equiv \left(\frac{13}{6}, \frac{11}{6}\right)$.

S හි අරය $= \sqrt{\left(\frac{13}{6}-1\right)^2 + \left(\frac{11}{6}-2\right)^2}$ (10) / (10)

$= \sqrt{\frac{49}{36} + \frac{1}{36}}$

$= \sqrt{\frac{25}{18}}$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$\therefore$ S හි සමීකරණය : $\left(x-\frac{13}{6}\right)^2+\left(y-\frac{11}{6}\right)^2=\frac{25}{18}$. (10)

$x^2+y^2-\frac{13}{3}x-\frac{11}{3}y+\frac{20}{3}=0$

60

$\therefore$ AB හි සමීකරණය : $y-2=1(x-1)$ (5)

එනම් $x-y+1=0$

A හා B හරහා යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $\left(x-\frac{13}{6}\right)^2+\left(y-\frac{11}{6}\right)^2-\frac{25}{18}+\lambda(x-y+1)=0$, මගින් දෙනු ලැබේ; මෙහි $\lambda\in\mathbb{R}$. (10)

$S+\lambda(l)=0$

මෙය $D\equiv(0,3)$, හරහා යෑමට $\left(\frac{13}{6}\right)^2+\left(\frac{7}{6}\right)^2-\frac{25}{18}+\lambda(-2)=0$ විය යුතු ය.

$\lambda=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$ (5) λ සොයා ඇති විට සම්පූර්ණ ලකුණු දෙන්න.

$\therefore$ අවශ්‍ය සමීකරණය $x^2+y^2-2x-6y+9=0$.

20

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

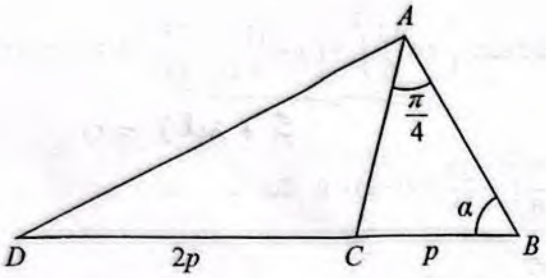
17. (a) $6\cos 2x - 8\sin 2x$ යන්න $R\cos(2x+\alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.

ඒ නයින්, $6\cos 2x - 8\sin 2x = 5$ විසඳන්න.

$24\cos^2 x - 32\sin x\cos x$ යන්න $a\cos 2x + b\sin 2x + c$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $a, b, c\ (\in \mathbb{R})$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$24\cos^2 x - 32\sin x\cos x$ හි අවම අගය **අපෝහනය** කරන්න.

(b)



රූපයෙහි පෙන්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයෙහි $BC = p$, $B\hat{A}C = \frac{\pi}{4}$ හා $A\hat{B}C = \alpha$ වේ. දික් කළ BC රේඛාව මත D පිහිටා ඇත්තේ $CD = 2p$ වන පරිදි ය.

$AB = p(\cos\alpha + \sin\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

p හා α ඇසුරෙන් AD^2 සොයන්න.

$AD = 3p$ නම් $\alpha = \tan^{-1}(5)$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(c) $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ සමීකරණය විසඳන්න.

(a) $6\cos 2x - 8\sin 2x$ $\qquad \sqrt{6^2+8^2} = 10$

$= 10\left(\frac{6}{10}\cos 2x - \frac{8}{10}\sin 2x\right)$ (5)

$= 10\left(\frac{3}{5}\cos 2x - \frac{4}{5}\sin 2x\right)$

$= 10(\cos\alpha\cos 2x - \sin\alpha\sin 2x)$, මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ යන්න $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ හා $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ වන පරිදි වේ. (5)

(5)

$= 10\cos(2x+\alpha)$. (5)

$\therefore\ R = 10$ and $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$. (5)

25

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$6\cos 2x - 8\sin 2x = 5$

$10\cos(2x+\alpha) = 5$ (5)

$\therefore \cos(2x+\alpha) = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$ (5)

$2x+\alpha = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$. (5)

$\therefore x = n\pi - \frac{\alpha}{2} \pm \frac{\pi}{6}$; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$. (5)

n ∈ ℤ නැතිව අවශ්‍ය නොවේ.

[20]

$24\cos^2 x - 32\sin x\cos x$

$= 24\left(\frac{\cos 2x + 1}{2}\right) - 32\times\frac{1}{2}\sin 2x$ (10) ආදේශය 2ට (5) + (5)

$= 12\cos 2x - 16\sin 2x + 12$

$\therefore a = 12,\ b = -16$ හා $c = 12$. (5)

[15]

$24\cos^2 x - 32\sin x\cos x$

$= 12\cos 2x - 16\sin 2x + 12$

$= 2(6\cos 2x - 8\sin 2x) + 12$

$= 20\cos(2x+\alpha) + 12$ (5)

අවමය $= -1$

$\therefore$ අවශ්‍ය අවමය $= -20 + 12$

$= -8.$ (5)

[10]

Downloaded from 'Past Papers Wiki' - Web: www.pastpapers.wiki
https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

(b) $\triangle ABC$ සඳහා සයින් නීතිය :

$$\frac{AB}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}=\frac{p}{\sin\frac{\pi}{4}}$$ (10)/(00)

$\therefore\ AB=\sqrt{2}p\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha\right)$ (5) ප්‍රසාරණයට

$=\sqrt{2}p\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\alpha+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha\right)$

$=p(\cos\alpha+\sin\alpha).$ (5)

20

$\triangle ABD$ සඳහා කොසයින් නීතිය :

$AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cos\alpha$ (5)

$=p^2(\cos\alpha+\sin\alpha)^2+9p^2-2p(\cos\alpha+\sin\alpha)(3p\cos\alpha)$ (5)

$AD=3p$ යැයි සිතමු.

එවිට $9p^2=p^2(\cos\alpha+\sin\alpha)^2+9p^2-6p^2(\cos\alpha+\sin\alpha)\cos\alpha$ (5)

$\therefore\ (\cos\alpha+\sin\alpha)^2-6(\cos\alpha+\sin\alpha)\cos\alpha=0$

$\Rightarrow\ \cos\alpha+\sin\alpha=6\cos\alpha$ (5) $(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$

$\Rightarrow\ \sin\alpha=5\cos\alpha$

$\Rightarrow\ \tan\alpha=5$

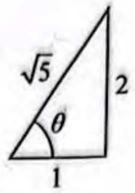
$\Rightarrow\ \alpha=\tan^{-1}(5).$ (5)

25

Downloaded from 'Past Papers Wiki' - Most Extensive Wikipedia of Past Papers!
https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

(c) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \tan^{-1}(2).$ (5)



Let $\alpha = \tan^{-1}(x+1)$ හා $\beta = \tan^{-1}(x-1)$ යැයි ගනිමු.

$\alpha + \beta = \tan^{-1}(2)$ (5)

$\Rightarrow \tan(\alpha+\beta) = 2$ (5) tan ගැනීම

$\Rightarrow \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = 2$ (5) ප්‍රසාරණය

$\Rightarrow \frac{x+1+x-1}{1-(x^2-1)} = 2$ (5) $\Rightarrow x = 2 - x^2$

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$\Rightarrow (x-1)\ (x+2) = 0$

$x = 1$ or $x = -2.$ (5)

$x = -2$ විසඳුමක් නොවේ. $x = 1$ විසඳුමකි.

$\therefore x = 1.$ (5) $x = -2$ ඉවත් කිරීමට

35

WWW.PastPapers.WiKi

Downloaded from 'Past Papers Wiki' - Most Extensive Wikipedia of Past Papers!
https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2024

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු බෙදී යාමේ ආකාරය

II පත්‍රය

A කොටස	10 x 25	=	250
B කොටස	05 x 150	=	750

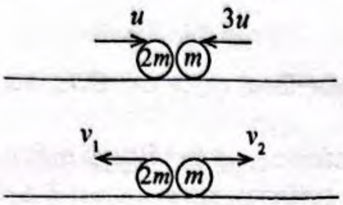
එකතුව $= \dfrac{1000}{10}$

II පත්‍රය අවසාන ලකුණු = 100

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

1. ස්කන්ධය $2m$ වූ A අංශුවක් හා ස්කන්ධය m වූ B අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙළින් u හා $3u$ වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. $e > \frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.



පද්ධතිය සඳහා $\mathbf{I} = \Delta(mv)$: $\rightarrow$ ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමයට ලකුණු දෙන්න

$$0 = -2mv_1 + mv_2 - (2mu - 3mu) \leftarrow (5)$$

$$2v_1 - v_2 = u \quad \text{-----------} (1)$$

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමයෙන්:

$$v_2 + v_1 = e(u + 3u) \leftarrow (5)$$

$$v_1 + v_2 = 4eu \quad \text{-----------} (2)$$

(1) හා (2) $\Rightarrow 3v_1 = u + 4eu$

$$\therefore \; v_1 = \frac{1}{3}(1 + 4e)u > 0 \leftarrow (5)$$

$$-3v_2 = u - 8eu$$

$$\therefore \; v_2 = \frac{1}{3}(8e - 1)u \leftarrow (5)$$

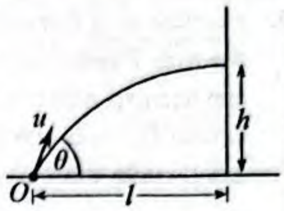
$v_2 > 0$ සඳහා $e > \frac{1}{8}$ විය යුතු ය. $\leftarrow (5)$

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

2. තිරස් ගෙබිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ආරම්භක වේගයකින් තිරසට $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට l තිරස් දුරකින් පිහිටි සිරස් තාප්පයක, ගෙබිමේ සිට $h\,(>0)$ උසකින් ගැටේ (රූපය බලන්න).

$h=l\tan\theta-\frac{gl^2}{2u^2}\sec^2\theta$ බව පෙන්වා $\sin 2\theta>\frac{gl}{u^2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.



$S=ut\ \ \frac{1}{2}at^2:\ \rightarrow\ \ l=u\cos\theta\, t$ ← (5)

$\uparrow\ h=u\sin\theta\ t-\frac{1}{2}gt^2$ ← (5)

$\therefore\ \ h=u\sin\theta\left(\frac{l}{u\cos\theta}\right)-\frac{1}{2}g\left(\frac{l^2}{u^2\cos^2\theta}\right)$

$\Rightarrow\ h=l\tan\theta-\frac{gl^2}{2u^2}\sec^2\theta$ (5) ↑ ආදේශයට

$h>0\ \Rightarrow\ l\tan\theta>\frac{gl^2}{2u^2}\sec^2\theta$ ← (5)

$\Rightarrow\ \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}>\frac{gl}{u^2}$

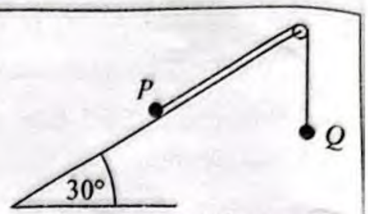
$\Rightarrow\ \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}>\frac{gl}{u^2}$

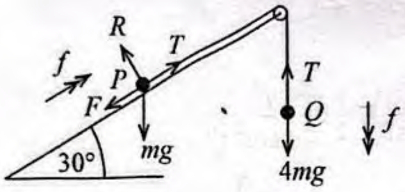
$\Rightarrow\ \sin 2\theta>\frac{gl}{u^2}.$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

3. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තිරසට ආනතිය 30° ක් වූ රළු ආනත තලයක් මත ඇත. P අංශුව, ආනත තලයේ ඉහළින් වූ අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් ස්කන්ධය $4m$ වූ සිරස්ව නිදහසේ චලනය විය හැකි Q අංශුවකට ඈඳා ඇත (රූපය බලන්න). ආනත තලය මත වූ තන්තු කොටස තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ පිහිටා ඇත. P හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P, ආනත තලයේ ඉහළට චලනය වන බව දී ඇත. තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.





(5) - බල සඳහා
(P හා Q සඳහා
සියළු බල)

$F = ma$:

(P) ↖ $R - mg\cos 30^\circ = 0$ ← (5)

$\therefore \quad R = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$

$F = \frac{1}{2} R = \frac{\sqrt{3}}{4} mg$ ← (5) මේකටත් ලකුණු දෙන්න.
R පෙර සොයා ඇති නිසා.

(P) ↗ $T - F - mg\cos 60^\circ = mf$ ← (5)

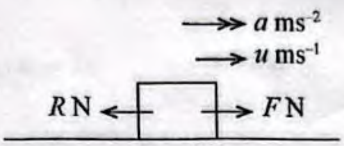
$\therefore \quad T - F - \frac{mg}{2} = mf$

(Q) ↓ $4mg - T = 4mf$ ← (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

4. ස්කන්ධය M kg වූ මෝටර් රථයක්, එහි එන්ජිම P W නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරමින්, තිරස් සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. කාරයෙහි චලිතයට R N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එහි වේගය u m s^{-1} වන මොහොතෙහිදී, කාරයෙහි ත්වරණය සොයන්න.
දැන්, මෝටර් රථය, තිරසට $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට නියත වේගයකින් ගමන් කරයි. කාරය, එම R N ප්‍රතිරෝධයටම යටත්ව එම P W ජවයම ඇතිව ක්‍රියා කරයි නම්, මෙම නියත වේගය සොයන්න.



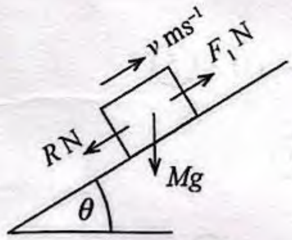
$P = F \cdot u$

$\therefore \ F = \frac{P}{u}$ (5) සමීකරණයෙන් දෙන්න

$F = ma$: →

$F - R = M \cdot a$ (5)

$\therefore \ a = \frac{1}{M}\left(\frac{P}{u} \ R\right)$ ms^{-2}. (5) ත්වරණයට



$P = F_1 \ v$:

$\therefore \ F_1 = \frac{P}{v}$

$F = ma$: ↗ $F_1 - R - Mg\sin\theta = 0$ (5)

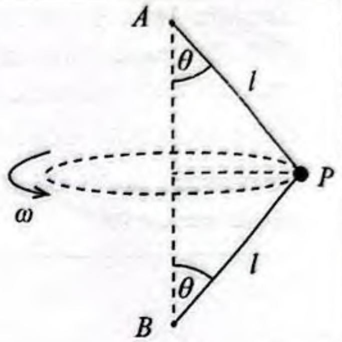
$\frac{P}{v} = R + Mg\sin\theta$

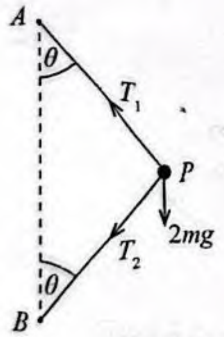
$\therefore \ v = \frac{P}{R + Mg\sin\theta}$ ms^{-1}. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

5. ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක්, සිරස් රේඛාවක් මත පිහිටි A හා B අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට, එක එකක දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් ඈඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි තන්තු දෙකම තදව හා සිරස සමග θ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදමින් ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයකින් P අංශුව තිරස් වෘත්තයක චලනය වේ.
AP තන්තුවේ ආතතිය $m(l\omega^2+g\sec\theta)$ බව පෙන්වන්න.





බල ලකුණු කිරීමට ලකුණු දී නැත

$F=ma$:

(P) ↑ $\quad T_1\cos\theta - T_2\cos\theta - 2mg = 0$ (5)

$\therefore\ T_1 - T_2 = 2mg\sec\theta$ ----------(1) (5)

(P) ← $\quad T_1\sin\theta + T_2\sin\theta = 2ml\sin\theta\,\omega^2$ (5)

$\therefore\ T_1 + T_2 = 2ml\omega^2$ ----------(2) (5)

(1) හා (2) $\Rightarrow$ $\quad 2T_1 = 2mg\sec\theta + 2ml\omega^2$

$\therefore\ T_1 = m(l\omega^2 + g\sec\theta)$. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

6. **u** හා **v** යනු $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = \frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ ඒකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු. $\mathbf{a} = \alpha\mathbf{u} + \mathbf{v}$ හා $\mathbf{b} = \mathbf{u} + \beta\mathbf{v}$ යැයි ද ගනිමු. මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ. **a** හා **b** දෛශික ලම්බ ද $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ යන්න **u** ට සමාන්තර ද නම් α හා β හි අගයන් සොයන්න.

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = (\alpha\mathbf{u} + \mathbf{v})\cdot(\mathbf{u} + \beta\mathbf{v})$$

$$0 = \alpha\,\mathbf{u}\cdot\mathbf{u} + \alpha\beta\,\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} + \mathbf{v}\cdot\mathbf{u} + \beta\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}$$

$$0 = \alpha + \alpha\beta\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \beta \text{ ---------- (1)} \quad (5)$$

$$\mathbf{a}+\mathbf{b} = \lambda\mathbf{u} \quad ; \quad \text{මෙහි } \lambda \in \mathbb{R}. \text{ ---------- (2)}$$

$$(2)\cdot\mathbf{u} \Rightarrow (\alpha\mathbf{u} + \mathbf{v})\cdot\mathbf{u} + (\mathbf{u} + \beta\mathbf{v})\cdot\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u}\cdot\mathbf{u}$$

$$\alpha + \frac{1}{2} + 1 + \beta\cdot\frac{1}{2} = \lambda \text{ ---------- (3)} \quad (5)$$

$$(2)\cdot\mathbf{v} \Rightarrow (\alpha\mathbf{u} + \mathbf{v})\cdot\mathbf{v} + (\mathbf{u} + \beta\mathbf{v})\cdot\mathbf{v} = \lambda\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$$

$$\frac{\alpha}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \beta = \frac{\lambda}{2} \text{ ---------- (4)} \quad (5)$$

$$(3) \text{ හා } (4) \Rightarrow \quad \alpha + \frac{3}{2} + \frac{\beta}{2} = \alpha + 3 + 2\beta$$

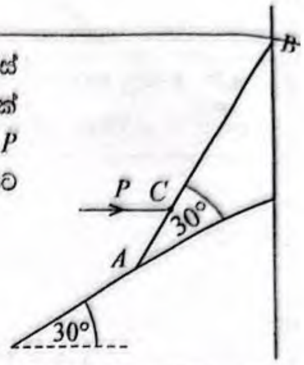
$$\Rightarrow \quad \beta = -1. \quad (5)$$

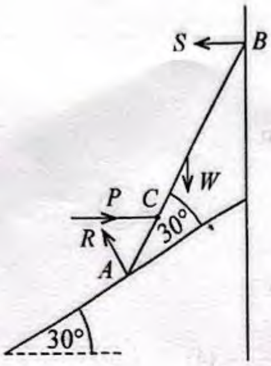
දැන්, $(1) \Rightarrow \alpha = 1.$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

7. දිග $4a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි B ඉහළ කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව ද A පහළ කෙළවර 30° කින් තිරසට ආනත සුමට තලයක් මත ද ඇතිව සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ $AC = a$ වන C ලක්ෂ්‍යයෙහිදී P තිරස් බලයක් දණ්ඩට යෙදීමෙනි. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, දණ්ඩ ආනත තලයට 30° කින් ආනත වේ. P හි අගය සොයන්න.





⑤ බල සඳහා

$\rightarrow$ $P - S - R\sin 30^\circ = 0$ ⑤

$\therefore \; P = S + \frac{R}{2}$

$\uparrow$ $R\cos 30^\circ - W = 0$ ⑤

$\therefore \; R = \frac{2W}{\sqrt{3}}$

$\overset{\curvearrowleft}{A}$ $P \times a\sin 60^\circ + W \times 2a\cos 60^\circ - S \times 4a\sin 60^\circ = 0$ ⑤

$P \times \frac{\sqrt{3}}{2} + W - \left(P - \frac{R}{2}\right)2\sqrt{3} = 0$

$\sqrt{3}P + 2W - 4\sqrt{3}P + \frac{2W}{\sqrt{3}} \times 2\sqrt{3} = 0$

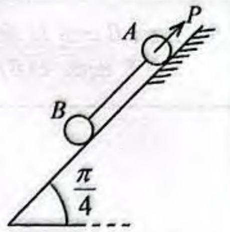
$3\sqrt{3}P = 6W.$

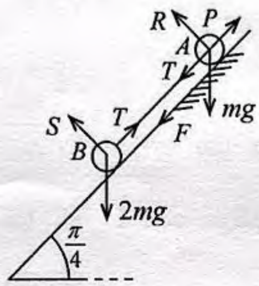
$P = \frac{2W}{\sqrt{3}}.$ ⑤

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

8. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ A හා B අංශු 2ක් තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වූ තලයක් මත තබා සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳා සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A ට යෙදූ P බලයක් මගිනි. P හි ක්‍රියා රේඛාව හා තන්තුව, තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ පිහිටයි. A අංශුව තලයේ රළු කොටස මත පිහිටන අතර B අංශුව තලයේ සුමට කොටස මත පිහිටයි. A හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ.
$2\left|\sqrt{2}\,P - 3mg\right| \le mg$ බව පෙන්වන්න.





(5) බල සඳහා

පද්ධතිය සඳහා: ↗ $P - F - mg\sin\frac{\pi}{4} - 2mg\sin\frac{\pi}{4} = 0.$ (5)

$\therefore\ F = P - 3mg\ \frac{1}{\sqrt{2}}$

(A) ↖ $R - mg\cos\frac{\pi}{4} = 0$ (5)

$\therefore\ R = \frac{mg}{\sqrt{2}}$

සමතුලිතතාව සඳහා:

$\frac{1}{2} \ge \frac{|F|}{R}$ (5) (අවශ්‍යතාවට)

$\therefore\ \left|P - \frac{3mg}{\sqrt{2}}\right| \le \frac{mg}{2\sqrt{2}}$ (5)

$\therefore\ 2\left|\sqrt{2}P - 3mg\right| \le mg\,.$

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක වූ සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(A \mid B) = \frac{1}{10}$ හා $P(B \mid A) = \frac{3}{10}$ බව දී ඇත. $P(B)$ හා $P(A \cup B)$ සොයන්න.

$P(B \mid A) = \frac{3}{10}$

$\therefore \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{3}{10}$ (5)

$\therefore P(B \cap A) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{50}$ (5)

$P(A \mid B) = \frac{1}{10}$

$\therefore \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{10}$ (5)

$\therefore P(B) = 10 \times P(A \cap B) = 10 \times \frac{3}{50} = \frac{3}{5}$ (5)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{50} = \frac{37}{50}$. (5) අගයන් සඳහා

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

10. ආරෝහණ පටිපාටියට සැකසූ, පහත දැක්වෙන නිරීක්ෂණ හතෙහි මධ්‍යස්ථය, මාතය හා මධ්‍යන්‍යය පිළිවෙළින් 5, 7 හා 5 වේ:

1, 3, 4, p, q, r, s

මෙහි p, q, r හා s තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.

p, q, r හා s හි අගයන් සොයා, නිරීක්ෂණ හතෙහි විචලතාව $\frac{38}{7}$ බව පෙන්වන්න.

මධ්‍යස්ථය = 5.

$\therefore \ p = 5.$ ← (5)

මාතය = 7.

$\therefore$ q, r, s වලින් අඩු තරමින් දෙකක්වත් 7 ඒවා විය යුතු ය. ← (5)

ඒවායින් 2ක් 7 ඒවා යැයිද, අනෙක් එක a යැයිද ගනිමු.

මධ්‍යන්‍යය = 5

$\therefore \ 5 = \frac{1+3+4+5+7+7+a}{7}$ ← (5)

$35 = 27 + a$

$\therefore \ a = 8.$

එනම්, $q = r = 7$ හා $s = 8.$ (5)

විචලතාව = $\frac{1}{7}\left[(1-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2+(5-5)^2+2(7-5)^2+(8-5)^2\right]$

$= \frac{1}{7}[16+4+1+8+9] = \frac{38}{7}.$ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

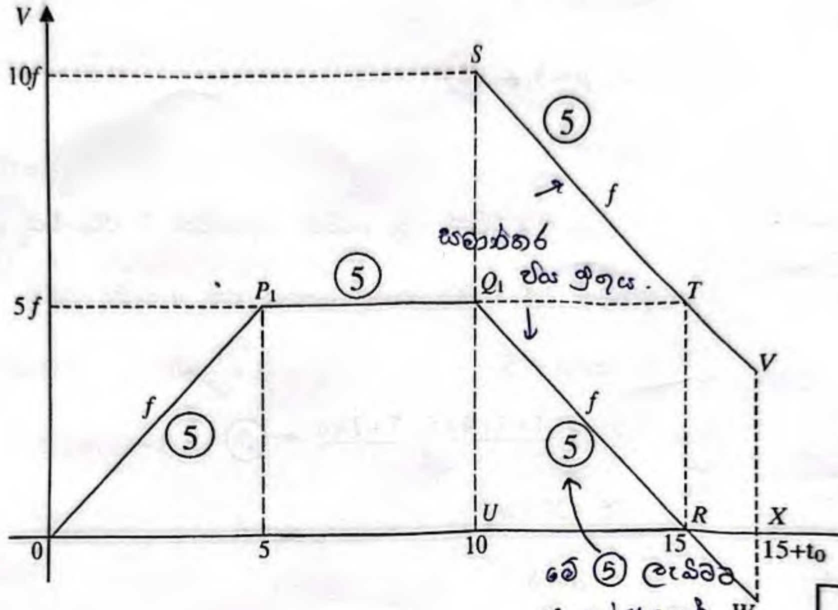
11. (a) සෘජු මාර්ගයක වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට කාලය $t = 0$ s හිදී නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන P මෝටර් රථයක් f m s^{-2} නියත ත්වරණයකින් තත්පර 5 ක් ගමන් කරයි. පසුව එය $t = 5$ s හිදී ලබාගත් නියත වේගයෙන් තවත් තත්පර 5 ක් ගමන් කර $t = 10$ s හිදී f m s^{-2}ක නියත මන්දනයකින් මන්දනය වී A ලක්ෂ්‍යයකදී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. එසැනින් තම දිශාව වෙනස් කරන P මෝටර් රථය f m s^{-2} නියත ත්වරණයෙන්ම එම මාර්ගයේම නැවත O දෙසට ගමන් කරයි.

එම මාර්ගයේම O ලක්ෂ්‍යයේ සිට $t = 10$ s හිදී $10f$ m s^{-1}ක ආරම්භක වේගයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන Q මෝටර් රථයක් f m s^{-2} නියත මන්දනයෙන් P මෝටර් රථය දෙසට ගමන් කරයි. A ලක්ෂ්‍යයේදී P නිශ්චලතාවයට පත්වන විට, P හා Q අතර දුර 125 m බව දී ඇත. එකම රූපසටහනක P හා Q හි චලිත සඳහා, $t = 0$ s සිට ඒවා මුණගැසෙන මොහොත දක්වා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

(i) $f = 10$,

(ii) P හා Q මෝටර් රථ $t = 17.5$ s හිදී මුණගැසෙන

බව පෙන්වන්න.



20

A වෙත ළ ගා වීමට P ගනු ලැබූ කාලය $= 15$ s (5)

(5) $t = 10$s සිට $t = 15$s දක්වා Q ගමන් කළ දුර

$$= STRU \text{ වර්ගඵලය } = \frac{1}{2}(SU + TR) \times UR \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2}(10f + 5f) \times 5$$

$$= \frac{75}{2} f \ \text{m} \quad (5)$$

O සිට Aට දුර $= OP_1Q_1R$ වර්ගඵලය (5)

$$= \frac{1}{2} \times (5 + 15) \times 5f = 50f \ \text{m} \quad (5)$$

දත්තයෙන් : $125 = 50f - \frac{75}{2} f$ (5)

$$250 = 25f$$

$$\therefore f = 10 \quad (5)$$

40

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$t=(15+t_0)s$ හිදී P හා Q හමු වන්නේ යැයි සිතමු.

ඔවුන් හමුවන්නේ $RTVX$ වර්ගඵලය + RWX වර්ගඵලය = 125 විටය. (5)

එනම් $RTVW$ වර්ගඵලය = 125 විටය.

$$TR \times RX = 125 \quad (5)$$

$$5f \times t_0 = 125 \quad (5)$$

$$50 \times t_0 = 125$$

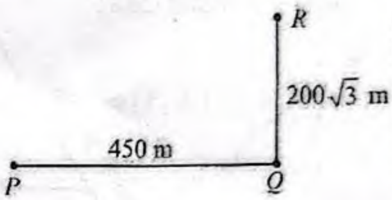
$$\therefore t_0 = \frac{125}{50} = 2.5s \quad (5)$$

$\therefore P$ හා Q හමුවන්නේ $t=(15+2.5)s$ විටය.

$$= 17.5s. \quad (5)$$

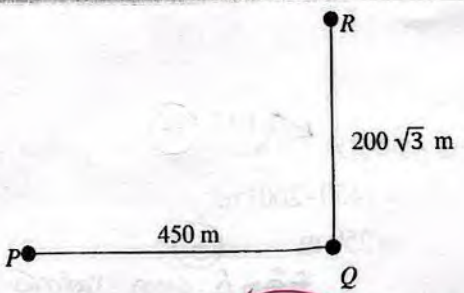
25

(b) P, Q සහ R බෝට්ටු තුනක් සරල රේඛීය පථවල ඒකාකාර වේගවලින් ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතකදී P බෝට්ටුවෙන් 450 m දුරක් නැගෙනහිරින් Q බෝට්ටුව පිහිටන අතර Q බෝට්ටුවෙන් $200\sqrt{3}$ m දුරක් උතුරින් R බෝට්ටුව පිහිටයි (රූපය බලන්න). P බෝට්ටුව, Q බෝට්ටුව හමුවීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාත්‍රා කරන අතර Q බෝට්ටුව, R බෝට්ටුව හමුවීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාත්‍රා කරයි.



P බෝට්ටුව තත්පර 45 කින් Q බෝට්ටුව හමුවන බවත්, Q බෝට්ටුව තත්පර 20 කින් R බෝට්ටුව හමුවන බවත් දී ඇත.

Q බෝට්ටුවට සාපේක්ෂව P බෝට්ටුවෙහි වේගය 10 m s^{-1} බව පෙන්වා Q බෝට්ටුව R බෝට්ටුව හමුවන මොහොතෙහිදී P බෝට්ටුව හා R බෝට්ටුව අතර දුර සොයන්න.



$$\underline{V}(P,Q) = \frac{450}{45} \text{ m s}^{-1} \rightarrow \quad (10) = (5) + (5)$$

$$= 10 \text{ m s}^{-1} \rightarrow \quad (5)$$

$\frac{450}{45} = 10 \text{ms}^{-1}$ ලියා ඇත්නම් (15) දෙන්න. දිශාවට (5) වෙනුව අවශ්‍ය වේ-

$\therefore Q$ ට සාපේක්ෂව P හි වේගය $= 10 \text{ m s}^{-1}$. (5)

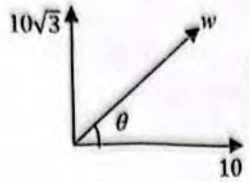
$$\underline{V}(Q,R) = \frac{200\sqrt{3}}{20} \text{ m s}^{-1} \uparrow \quad (10) = (5) + (5)$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ m s}^{-1} \uparrow \quad (5)$$

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$\underline{V}(P,R)=\underline{V}(P,Q)+\underline{V}(Q,R)$ (5)



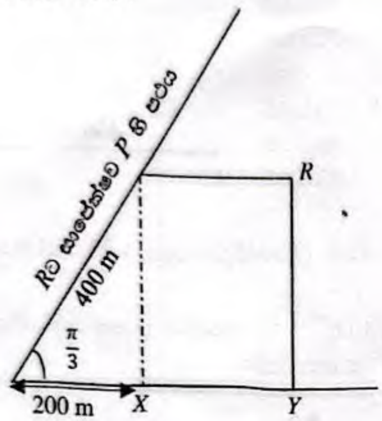
$w=\sqrt{(10\sqrt{3})^2+10^2}$

$=20\ \text{ms}^{-1}$ (5)

$\tan\theta=\dfrac{10\sqrt{3}}{10}=\sqrt{3}$

$\theta=\dfrac{\pi}{3}$ (5)

After 20 s :



අවශ්‍ය දුර $=XY$ (10)

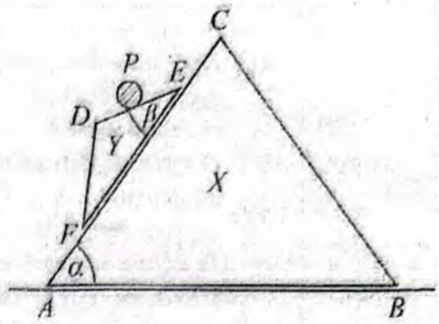
$=(450-200)$ m

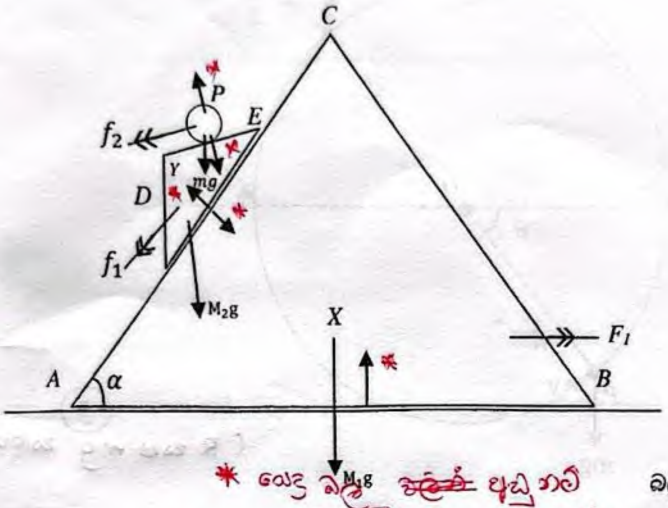
$=250$ m. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

12. (a) X, Y සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤ දෙකක හා P අංශුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ, රූපයෙන් දැක්වේ. AC, DE හා EF රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර $B\hat{A}C = \alpha$ හා $D\hat{E}F = \beta (< \alpha)$ වේ. ස්කන්ධය M_1 වූ X කුඤ්ඤයේ AB අයත් මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. ස්කන්ධය M_2 වූ Y කුඤ්ඤයේ EF අයත් මුහුණත X හි AC අයත් මුහුණත මත තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුව DE මත තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. Y කුඤ්ඤය එහි EF මුහුණත X හි AC අයත් මුහුණත ස්පර්ශ කරමින් චලනය වන හා P අංශුව DE ස්පර්ශ කරමින් චලනය වන අතරතුර, X කුඤ්ඤයේ ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.





$\mathbf{a}(X,E) = F_1 \rightarrow$

$\mathbf{a}(Y,X) = f_1$ (α)

$\mathbf{a}(P,Y) = f_2$ ($\alpha - \beta$)

ත්වරණ 3ම සඳහා (10)/(00)

* යෙදූ බල ~~...~~ අඩු නම් ල. (05) ක් ලබා දෙන්න. (අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා නිවැරදිව නොමැති නම්)

බල සඳහා (10)

F = ma යොදමු :

පද්ධතිය සඳහා $\rightarrow$:

$$0 = M_1 F_1 + M_2 (F_1 - f_1 \cos\alpha) + m(F_1 - f_1 \cos\alpha - f_2 \cos(\alpha - \beta)).$$ (10)/(00) මුළු සමීකරණය නිවැරදි නම්

(5) (5) (5)

Y හා P සඳහා α :

$$(M_2 + m) g \sin\alpha = M_2 (f_1 - F_1 \cos\alpha) + m(f_1 + f_2 \cos\beta - F_1 \cos\alpha).$$ (10)/(00) මුළු සමීකරණයට

(5) (5) (5)

P සඳහා $\alpha - \beta$:

$$mg \sin(\alpha - \beta) = m(f_2 + f_1 \cos\beta - F_1 \cos(\alpha - \beta)).$$ (10)/(00) මුළු සමීකරණයට

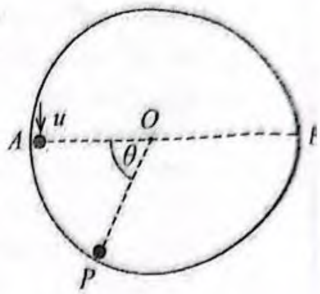
(5) (5)

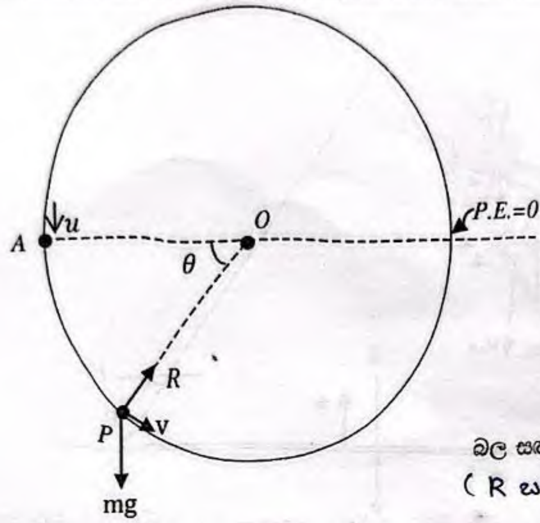
90

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

(b) සුමට අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨයක් සහිත අරය a වන අචල සෘජු-වෘත්තාකාර කුහර සිලින්ඩරයක තිරස් අක්ෂයට ලම්බක සිරස් හරස්කඩක් යාබද රූපයෙන් දැක්වේ.
O ලක්ෂ්‍යය එහි කේන්ද්‍රය ද, A හා B එහි තිරස් විෂ්කම්භයේ අන්ත ද වේ. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් u වේගයෙන් සිලින්ඩරයේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය මත A සිට සිරස්ව යටි දිශාවට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. P, සිලින්ඩරය සමග ස්පර්ශව ඇතිව, θ කෝණයකින් OP හැරුණු විට P හි වේගය v යැයි ගනිමු.
$v^2 = u^2 + 2ga\sin\theta$ බව පෙන්වන්න.
$\theta = \frac{7\pi}{6}$ විට, P සිලින්ඩරයේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය හැර යන බව දී ඇත. $u = \sqrt{\frac{3ga}{2}}$ බව පෙන්වන්න.





බල සඳහා (5)
(R සහ mg සඳහා)

ශක්ති සංස්ථිතියෙන් :

$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mga\sin\theta$$

$$\therefore v^2 = u^2 + 2ga\sin\theta \quad (5)$$

(15): P.E. (5), K.E. (5), සමීකරණය (5)

(m) θ F = ma :

$$R - mg\sin\theta = m\frac{v^2}{a} \quad (10)$$

$$\therefore R = \frac{m}{a}\left(u^2 + 2ga\sin\theta\right) + mg\sin\theta \quad (5)$$ ආදේශයට

$\theta = \frac{7\pi}{6}$ විට $R=0$ වේ. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$\therefore \quad 0 = \dfrac{m}{a}\left(u^2 + 2ga\sin\dfrac{7\pi}{6}\right) + mg\sin\dfrac{7\pi}{6}$ (5)

$\therefore \quad 0 = u^2 + 2ga\left(-\dfrac{1}{2}\right) + ga\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ (5)

$\therefore \quad u^2 = \dfrac{3ga}{2}$

$\therefore \quad u = \sqrt{\dfrac{3ga}{2}}\,.$ (5)

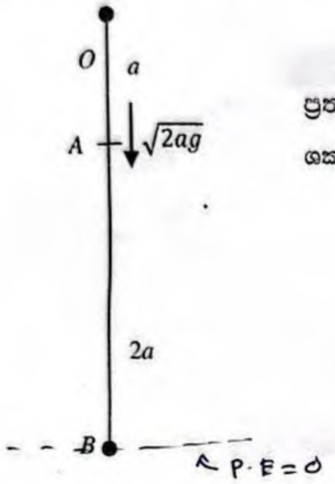
35

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

13. ස්වභාවික දිග a වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඈඳා, P සිරස් චලිතයේ යොදවා ඇත. අංශුව සිරස්ව පහළට ගමන් කරන විට O ට පහළින් $OA = a$ වන A ලක්ෂ්‍යය පසු කරද්දී එහි වේගය $\sqrt{2ag}$ වේ. O ට $3a$ පහළින් වූ B ලක්ෂ්‍යයේදී අංශුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $\frac{3}{2}mg$ බව පෙන්වන්න.
තව ද, P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \omega^2\left(x - \frac{5a}{3}\right) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $x > a$ සඳහා $OP = x$ වන අතර $\omega\ (> 0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.
ඉහත චලිත සමීකරණය, $X = x - \frac{5a}{3}$ ලෙස ගෙන නැවත ලියන්න.
අංශුවේ මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය, විස්තාරය හා ආවර්ත කාලය සොයන්න.
$\dot{X}^2 = \omega^2(C^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් P හි උපරිම වේගය සොයන්න; මෙහි C යනු විස්තාරය වේ.
එය ඉහළට යාමේදී, P යන්තමින් O ට ළඟා වන බව පෙන්වන්න.
B සිට O දක්වා ගමන් කිරීමට P ට ගතවන මුළු කාලය $\sqrt{\frac{2a}{27g}}\left(2\pi + 3\sqrt{3}\right)$ බව පෙන්වන්න.
ඉහත සරල අනුවර්තීය චලිතය ආරම්භ කරනු ලැබුවේ P පහළට ඇද අත හැරීමෙන් නම්, තන්තුව එහි ස්වභාවික දිගේ සිට කොපමණ දුරක් ඇදිය යුතු දැයි ප්‍රකාශ කරන්න.



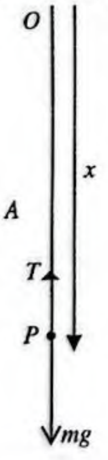
ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ යැයි සිතමු.

ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන් : (A හා B වලදී)

$$\underbrace{\frac{1}{2}m \times 2ga}_{K \cdot E} + \underbrace{mg \times 2a}_{P-E} = \frac{1}{2}\frac{\lambda(2a)^2}{a}$$ (5) (5) (5) (5) — ප්‍රත්‍යාස්ථ විභව ශක්තිය

$$3mga = 2\lambda a$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{3}{2}mg. \quad (5)$$



$F = ma$: ↓

$$mg - T = m\ddot{x} \quad \leftarrow (5)$$

$$mg - \frac{3}{2}mg\frac{(x-a)}{a} = m\ddot{x} \quad (5)$$ — $T = \frac{\lambda x}{l}$

$$\ddot{x} = g - \frac{3}{2}g\frac{x}{a} + \frac{3g}{2}$$

$$\ddot{x} + \frac{3g}{2a}x - \frac{5}{2}g = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{3g}{2a}\left(x - \frac{5a}{3}\right) = 0 \quad (5)$$

$$\ddot{x} + \omega^2\left(x - \frac{5a}{3}\right) = 0, \text{-------(1)}$$

මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2a}}$ (5)

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$X = x - \frac{5a}{3}$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\dot{X} = \dot{x}$ හා $\ddot{X} = \ddot{x}$. (5)

දැන් (1) $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බවට පත්වේ. (5)

10

කේන්ද්‍රයේදී $\ddot{X} = 0$.

$X = 0$. (5)

$\therefore x = \frac{5a}{3}$. (5)

$x = 3a$ විට $\dot{x} = 0$.

$\therefore$ විස්තාරය $= 3a - \frac{5a}{3} = \frac{4a}{3}$. (5)

ආවර්ත කාලය $= \frac{2\pi}{\omega} \quad = 2\pi\sqrt{\frac{2a}{3g}}$. (5)

20

$\dot{X}^2 = \omega^2\left(C^2 - X^2\right)$

උපරිම වේගය ලැබෙන්නේ $X = 0$ විටය.

උපරිම $\dot{X}^2 = \omega^2 c^2$ (5)

$\therefore$ උපරිම $\dot{X}^2 = \frac{3g}{2a} \cdot \left(\frac{4a}{3}\right)^2$

$= \frac{3g}{2a} \cdot \frac{16a^2}{9} = \frac{8}{3}ag$ (5)

$\therefore$ උපරිම වේගය $= \sqrt{\frac{8ag}{3}}$. (5)

15

ගුරුත්වය යටතේ A සිට O දක්වා චලිතය

$v^2 = u^2 + 2as$:

$v^2 = 2ag - 2ga$ (සමීකරණයෙන් ලබා ගත හැකිය)

$= 0$ (5)

$\therefore v = 0$.

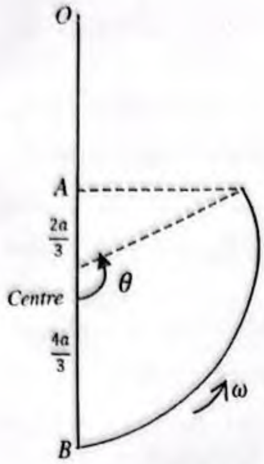
$\therefore$ P යන්තමින් O වෙත ළඟා වේ. (5)

10

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank



B සිට A දක්වා කාලය $= T_1$.

එවිට $T_1 = \frac{\theta}{\omega}$ (5)

$\theta = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (5)

$= \pi - \frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{2\pi}{3}$ (10) ම දෙන්න → $= \frac{2\pi}{3}$ (5)

diagram එකේ ලකුණු කරලා නම දෙන්න.

$\therefore T_1 = \sqrt{\frac{2a}{3g}} \cdot \frac{2\pi}{3}$ (5)

A සිට O දක්වා කාලය $= T_2$.

↑ $v = u + at$:

$0 = \sqrt{2ag} - gT_2$. (5) ← Apply කරනවට

$\therefore T_2 = \sqrt{\frac{2a}{g}}$ ← (5)

$\therefore$ B සිට O දක්වා මුළු කාලය $= T_1 + T_2$ ← (5)

$= \sqrt{\frac{2a}{3g}} \cdot \frac{2\pi}{3} + \sqrt{\frac{2a}{g}}$

$= \sqrt{\frac{2a}{27g}}\left(2\pi + 3\sqrt{3}\right)$. ← (5)

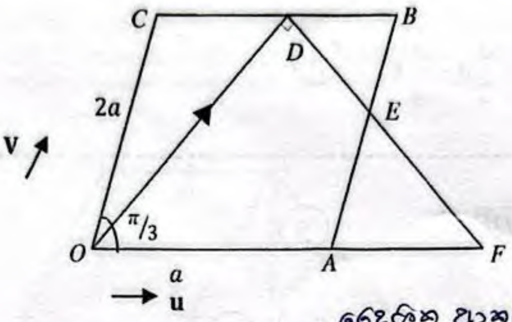
P එහි ස්වභාවික දිගෙන් $2a$ දුරක් ඇදිය යුතු ය.

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

14.(a) $OA = a$, $OC = 2a$ හා $A\hat{O}C = \frac{\pi}{3}$ වන $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි ගනිමු. **u** හා **v** යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{OA}$ හා $\overrightarrow{OC}$ දිශාවලට වූ ඒකක දෛශික යැයි ද ගනිමු.
$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි D යනු BC හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යය වේ.
OD යන්න DE ට ලම්බ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යය E යැයි ගනිමු.
$\overrightarrow{DE} = \frac{a}{2}\mathbf{u} - \frac{a}{3}\mathbf{v}$ බව පෙන්වන්න.
OA හා DE දික්කළ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය F යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OF} = \frac{7a}{2}\mathbf{u}$ බව පෙන්වන්න.



දෛශික ආකලනය

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD}$ (5)

$= 2a\underline{v} + \frac{1}{2}a\underline{u}.$ (5) + (5)

← $\overrightarrow{OC}$ $\underline{v}$ ඇසුරෙන් ලිවීම

← $\overrightarrow{CD}$ $\underline{u}$ ඇසුරෙන් ලිවීම.

$= \frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v}$ (5)

20

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE}$

$= -\frac{1}{2}a\mathbf{u} - 2a\mathbf{v} + a\mathbf{u} + \lambda\mathbf{v} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + (\lambda - 2a)\mathbf{v}$ (10) / (00)

↑ $\overrightarrow{AE}$ වෙනත් අනුපාත සමග ලියයි.

$\overrightarrow{OD} \perp \overrightarrow{DE} \Rightarrow \overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{DE} = 0$ (5)

$\left(\frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}a\mathbf{u} + (\lambda - 2a)\mathbf{v}\right) = 0$ (5) ආදේශයට

$\frac{1}{4}a^2\underbrace{\mathbf{u}\cdot\mathbf{u}}_{=1} + \frac{1}{2}a(\lambda - 2a)\underbrace{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}_{=\frac{1}{2}} + a^2\underbrace{\mathbf{v}\cdot\mathbf{u}}_{=\frac{1}{2}} + 2a(\lambda - 2a)\underbrace{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}_{=1} = 0$ (5)

$\frac{1}{4}a + \frac{1}{4}(\lambda - 2a) + \frac{1}{2}a + 2(\lambda - 2a) = 0$ (5)

$\frac{9\lambda}{4} = 4a - \frac{3}{4}a + \frac{2a}{4}$

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

$$\frac{9\lambda}{4} = 4a - \frac{a}{4}$$

$$\lambda = \frac{15}{9}a \quad = \frac{5}{3}a. \quad (5)$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + \left(\frac{5a}{3} - 2a\right)\mathbf{v}$$

$$= \frac{a}{2}\mathbf{u} - \frac{a}{3}\mathbf{v} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DF} \quad (5)$$

$$(5) \quad \mu\mathbf{u} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v} + \beta\left(\frac{a}{2}\mathbf{u} - \frac{a}{3}\mathbf{v}\right) \quad (5)$$

$$\mu = \frac{1}{2}a + \beta\frac{a}{2} \quad \text{හා} \quad 0 = 2a - \frac{\beta a}{3} \quad (5) + (5)$$

සමීකරණ 2ට

$$\therefore \beta = 6 \quad \text{හා} \quad \mu = \frac{7a}{2}$$

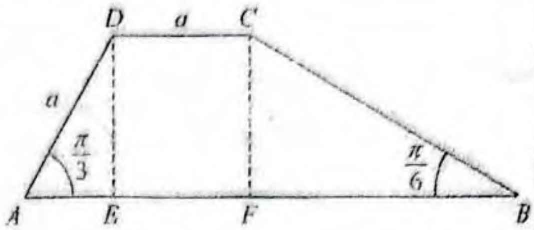
$$\therefore \overrightarrow{OF} = \frac{7a}{2}\mathbf{u}. \quad (5)$$

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

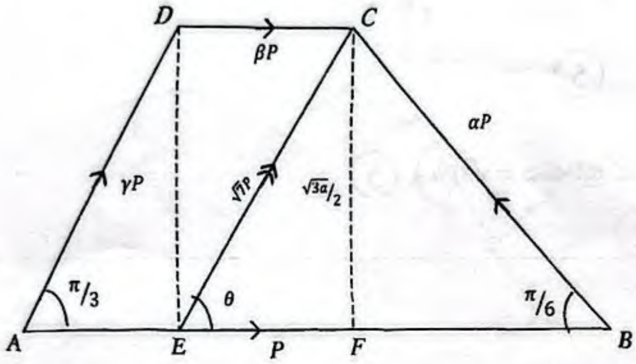
https://t.me/gcealpastpapersbank

(b) AB හා DC සමාන්තර ද $A\hat{B}C = \frac{\pi}{6}$, $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ හා $AD = DC = a$ ද වන $ABCD$ තුපීසියමක් යැයි ගනිමු. $A\hat{E}D = A\hat{F}C = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍ය E හා F වේ (රූපය බලන්න). විශාලත්ව $P, \alpha P, \beta P$ හා γP වූ බල පිළිවෙළින් AB, BC, DC හා AD දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි.



ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\sqrt{7}P$ විශාලත්වයකින් යුක්ත බව හා එය E හා C ලක්ෂ්‍ය හරහා E සිට C දක්වා යන බව ද දී ඇත. α, β හා γ හි අගයන් සොයන්න.

දැන්, පද්ධතියට බල යුග්මයක් එකතු කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව F ලක්ෂ්‍යය හරහා යන පරිදි ය. එකතු කළ බල යුග්මයෙහි ඝූර්ණය සොයන්න.



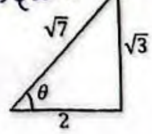
$$C \curvearrowleft \quad \left(\frac{\gamma P}{2}+P\right)\frac{\sqrt{3}a}{2} - \frac{\gamma P\sqrt{3}}{2}\left(\frac{a}{2}+a\right) = 0 \quad (10) \; /(00)$$

$$\frac{\gamma}{2}+1-\frac{3\gamma}{2}=0$$

$$r = 1. \quad (5)$$

$$\uparrow \quad \gamma P\frac{\sqrt{3}}{2}+\alpha P\frac{1}{2}=\sqrt{7}P\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \quad (10) \; /(00)$$

γ වැරදි ඇති විට ↑ ඡේදනය නිවැරදි නම් (10) ම දෙන්න.



$$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\alpha}{2}=\sqrt{3}$$

$$\alpha = \sqrt{3}. \quad (5)$$

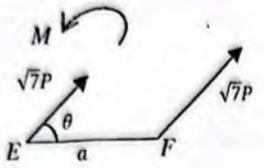
$$\rightarrow \quad P+\beta P+P\times\frac{1}{2}-\sqrt{3}P.\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{7}P.\frac{2}{\sqrt{7}} \quad (10) \; /(00)$$

$$\beta = 2. \quad (5)$$

45

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank



$\overset{\frown}{F}$ $\sqrt{7}Pa\sin\theta - M = 0$ (5)

$M = \sqrt{7}Pa \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

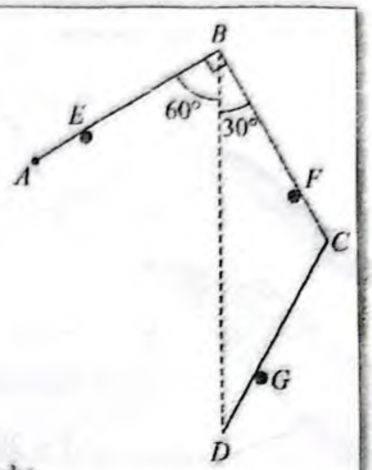
$= \sqrt{3}Pa$ (5)

යුග්මයේ ඝූර්ණය = $\sqrt{3}Pa$ ↺ (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

15. (a) $4a$ සමාන දිගින් හා W සමාන බරින් යුත් AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමටව සන්ධි කර ඇත. A අන්තය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසවු කර ඇත.
රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $AE = CF = DG = a$, $A\hat{B}D = 60°$, $C\hat{B}D = 30°$ හා BD සිරස් වන පරිදි දඬු තුන සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ E, F හා G සුමට නාදැති තුනක් මත තැබීමෙනි.

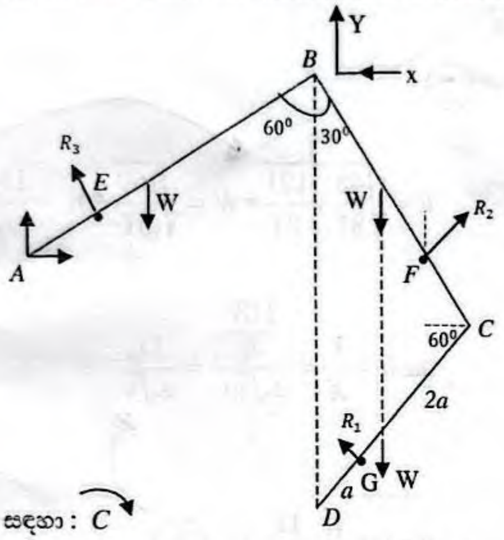


(i) G නාදැත්ත මගින් CD දණ්ඩ මත යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{W}{3}$ බව ද,

(ii) F නාදැත්ත මගින් BC දණ්ඩ මත යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{11W}{9}$ බව ද,

පෙන්වන්න.

AB දණ්ඩ මගින් BC දණ්ඩ මත B සන්ධියේදී යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.



(5) බල සඳහා
(A වල ප්‍රතික්‍රියා හැර, Bහිදී X හා Y හැර ඉතිරි බල.)

(i) DC දණ්ඩය සඳහා : $C \curvearrowright$

$$R_1 \times 3a - W \times 2a\cos 60^0 = 0 \quad (5)$$

$$R_1 = \frac{W}{3}. \quad (5)$$

15

(ii) BCD සඳහා: $B \curvearrowleft$

$$R_2 \times 3a - 2 \times W \times 2a\sin 30^0$$
$$-R_1\cos 30^0 \times 7a\cos 30^0 + R_1\sin 30^0 \times a\sin 30^0 = 0 \quad (10)$$

$$3R_2 = 2W + \frac{W}{3} \times 7 \times \frac{3}{4} - \frac{W}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$= 2W + \frac{20W}{12}$$

$$\therefore R_2 = \frac{11W}{9}. \quad (5)$$

15

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

BCD සඳහා : $\longrightarrow$

$$R_2 \cos 30^0 - R_1 \cos 30^0 - X = 0 \quad (5)$$

$$\therefore X = \frac{11W}{9}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{W}{3}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}W}{18} = \frac{4\sqrt{3}}{9}W \quad (5)$$

$\uparrow$

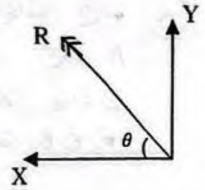
$$Y - 2W + R_1 \sin 30^0 + R_2 \sin 30^0 = 0 \quad (5)$$

$$\therefore Y = 2W - \frac{W}{3}\times\frac{1}{2} - \frac{11W}{9}\times\frac{1}{2}$$

$$= 2W - \frac{14W}{18}$$

$$= \frac{11W}{9}. \quad (5)$$

$$R = \sqrt{\frac{48}{81} + \frac{121}{81}}\,W = \sqrt{\frac{169}{81}}\,W = \frac{13}{9}W. \quad (5)$$



$$\tan\theta = \frac{Y}{X} = \frac{\frac{11W}{9}}{\frac{4\sqrt{3}W}{9}} = \frac{11}{4\sqrt{3}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{11}{4\sqrt{3}}\right). \quad (5)$$

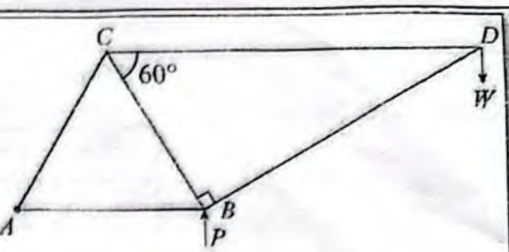
* වැරදි X හා Y සඳහා R සඳහා ලකුණු නැත්තේ.

" " " " θ " ලකුණු නැති නොවේ.

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

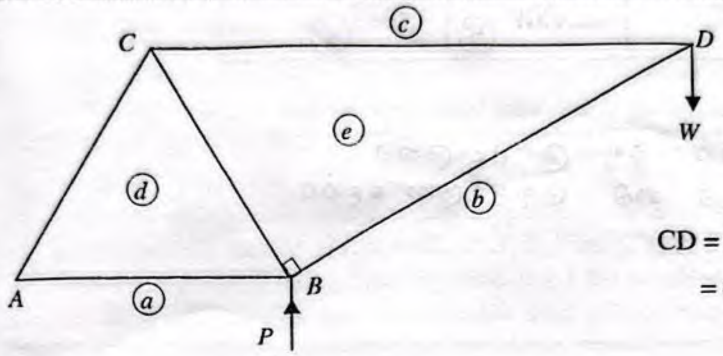
(b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CA, CD හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AB = BC = CA = 2a$, $C\hat{B}D = 90^\circ$ හා $B\hat{C}D = 60^\circ$ බව දී ඇත. W භාරයක් D සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර රාමු සැකිල්ල A හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සන්ධි කර AB තිරස්ව සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එයට B සන්ධියෙහිදී සිරස්ව උඩු අතට යෙදූ P බලයක් මගිනි.



(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් D, C හා B සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.



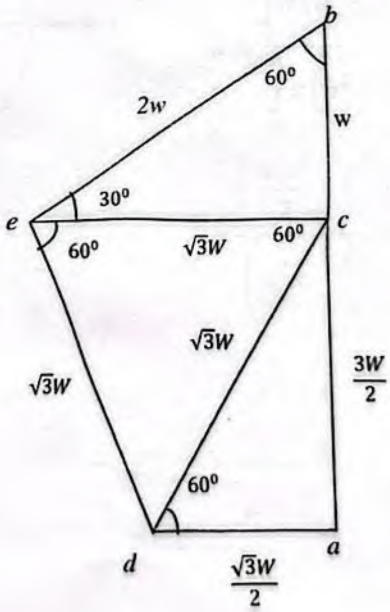
$CD = 2a\sec 60^0$

$= 4a$

A ↻ $\quad P \times 2a - W \times (a + 4a) = 0 \quad$ (5)

$\therefore P = \frac{5W}{2}$. (5)

10



සන්ධියකට (10) බැගින්

(30)

* P වැරදි වුවත් හැඩය වෙනස් වී නොමැති නම් ලකුණු ලබා දෙන්න.

* සන්ධි 3ට වෙන වෙනම සටහන් ඇඳ ඇත්නම් ල. (10) දෙන්න.

30

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

දණ්ඩ	විශාලත්වය	ආතතය/තෙරපුම
AB	$\frac{\sqrt{3}W}{2}$ (5)	තෙරපුම (5)
BD	$2W$ (5)	තෙරපුම (5)
DC	$\sqrt{3}W$ (5)	ආතතය (5)
CA	$\sqrt{3}W$ (5)	ආතතය (5)
BC	$\sqrt{3}W$ (5)	තෙරපුම (5)

(50)

P වැරදි වුවත් දඬුවල විශාලත්ව
වෙනස් නොවේ නම් ලකුණු ලබා දෙන්න.

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

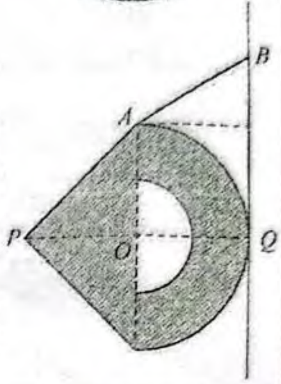
16. අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3}{8}a$ දුරකින් පිහිටන බව හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු-වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව ද පෙන්වන්න.

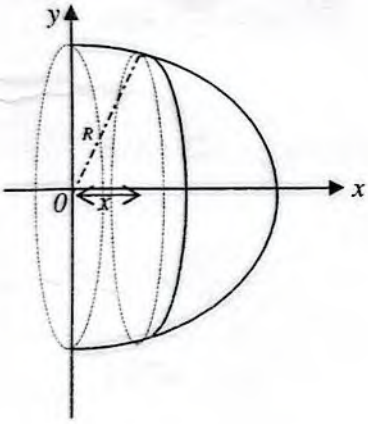
අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අර්ධ ගෝලාකාර කොටසක් අරය $2a$, කේන්ද්‍රය O හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකින් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. දැන්, පතුලෙහි අරය $2a$ හා උස $2a$ වූ ඝනත්වය $\lambda\rho$ වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක් අර්ධ ගෝලයෙහි ඉතිරි කොටසට යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති ආකාරයට දෘඪ ලෙස සවි කර ඇත. මෙලෙස සාදාගනු ලැබූ S වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, P සිට $\frac{(48\lambda+157)}{8(4\lambda+7)}a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න; මෙහි P යනු S හි ඝන කේතුවෙහි ශීර්ෂය වේ.

S හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, O හි පිහිටීම සඳහා λ හි අගය සොයන්න.

දැන්, λ ට මෙම අගය ඇතැයි සිතමු.

Q යනු දික්කළ PO රේඛාව S හි පිටත අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය හමුවන ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. තව ද, A යනු S හි වෘත්තාකාර දාරය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු. S වස්තුව රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A ලක්ෂ්‍යයට හා සිරස් බිත්තිය මත වූ B අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. සමතුලිත පිහිටුමේදී S හි පිටත අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය Q ලක්ෂ්‍යයෙහිදී බිත්තිය ස්පර්ශ කරයි. O, A, B, P හා Q ලක්ෂ්‍ය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි (යාබද රූපය බලන්න). $\mu \geq 1$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු S හි පිටත අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය හා බිත්තිය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.





සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x - අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$OG = \bar{x}$. යැයි ගනිමු.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^a \pi\left(a^2 - x^2\right)\rho x \mathrm{d}x}{\int_0^a \pi\left(a^2 - x^2\right)\rho \mathrm{d}x} \quad (5) + (5)$$

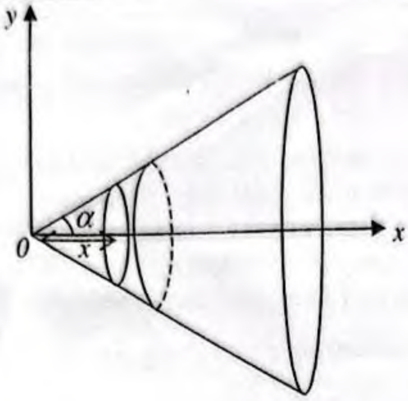
$$= \frac{\left(\frac{a^2x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^a}{\left(a^2x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^a} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}}{a^3 - \frac{a^3}{3}}$$

$$= \frac{3a}{8} \quad (5)$$

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x - අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$OG = \overline{x}$ යැයි ගනිමු.

$$\overline{x} = \frac{\int_0^h \pi x^2 \tan^2\alpha \cdot \rho x \mathrm{d}x}{\int_0^h \pi x^2 \tan^2\alpha \cdot \rho \mathrm{d}x}$$ (5) + (5)

$$= \frac{\left.\frac{x^4}{4}\right|_0^h}{\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^h}$$ (5)

$$= \frac{\frac{h^4}{4}}{\frac{h^3}{3}} = \frac{3h}{4}.$$ (5)

∴ පතුලෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට G ට ඇති දුර

$$= h - \frac{3h}{4}$$

$$= \frac{h}{4}.$$ (5)

60

සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O හා P යා කරන රේඛාව මත පිහිටයි. (5)

https://t.me/gcealpastpapersbank

වස්තුව	ස්කන්ධය	ස.කේ.ට P සිට දුර
	$\frac{1}{3}\pi(2a)^2\, 2a\lambda\rho$ $=\frac{8}{3}\pi a^3\lambda\rho = 4\lambda m$	$\frac{3}{4}(2a)=\frac{3a}{2}$
	$\frac{2}{3}\pi(2a)^3\rho$ $=\frac{16}{3}\pi a^3\rho = 8m$	$2a+\frac{3}{8}(2a)$ $=\frac{11a}{4}$
	$\frac{2}{3}\pi a^3\rho = m$	$2a+\frac{3a}{8}$ $=\frac{19}{8}a$
S	$(4\lambda+7)m$	$\overline{x}$

(35)

මෙහි $m=\frac{2}{3}\pi a^3\rho.$

$$4\lambda m\times\frac{3a}{2}+8m\times\frac{11a}{4}-m\times\frac{19a}{8}=(4\lambda+7)m\times\overline{x}$$ (10) / (00)

$$6\lambda a+22a-\frac{19}{8}a=(4\lambda+7)\overline{x}$$

$$\therefore \overline{x}=\frac{(48\lambda+157)}{8(4\lambda+7)}a.$$ (5)

55

$\overline{x}=2a.$ (5)

$$\frac{48\lambda+157}{8(4\lambda+7)}a=2a$$ (5)

$$\therefore 48\lambda+157=64\lambda+112$$

$$\therefore \lambda=\frac{45}{16}.$$ (5)

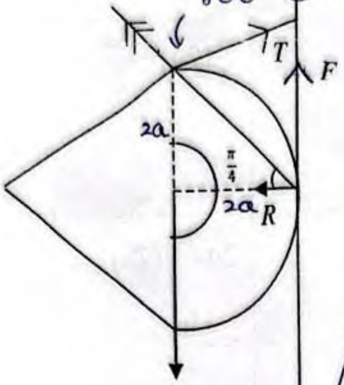
15

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

F හා R සම්ප්‍රයුක්තය මෙම ලක්ෂ්‍යය හරහා යා යුතුයි.



$$\frac{F}{R} = \tan\frac{\pi}{4} = 1$$ (15)

$\frac{F}{R} = 1$ බව පෙන ඇත්නම් (15) ම දෙන්න.

$$\mu \geq \frac{F}{R} \Rightarrow \mu \geq 1.$$ (5)

→ හා ↑ විභේදනය → (5)

එක් ලක්ෂ්‍යයක් වටා ඝූර්ණ ගැනීමට → (5)

$\frac{F}{R}$ සඳහා අගයක් ගැනීම → (5)

2

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

17.(a) පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම සුදු පාට බෝල 2 ක් හා කළු පාට බෝල 3 ක් B_1 පෙට්ටියක අඩංගු වේ. බෝල 3 ක් B_1 පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස, හිස් B_2 පෙට්ටියකට මාරු කරනු ලැබේ. ඉන්පසු B_2 පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) B_2 පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය සුදු පාට වීමේ,

(ii) B_2 පෙට්ටියෙන් ඉවත ගනු ලැබූ බෝලය සුදු පාට බව දී ඇති විට, B_1 පෙට්ටියෙන් B_2 පෙට්ටිය තුළට සුදු පාට බෝල 2 ක් හා කළු පාට බෝල 1 ක් මාරු කර තිබීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

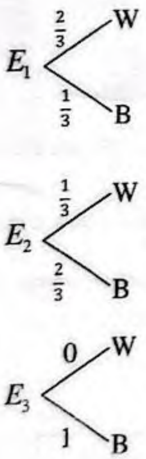
B_1 න් ඉවතට ගත් බෝල 3 න් i බෝල කළු පාට ඒවා වීමේ සිද්ධිය E_i යැයි ගනිමු; $i = 1, 2, 3$.

එවිට, $P(E_1) = \dfrac{{}^3C_1\,{}^2C_2}{{}^5C_3} = \dfrac{3}{10}$, (10)

$P(E_2) = \dfrac{{}^3C_2\,{}^2C_1}{{}^5C_3} = \dfrac{6}{10}$, (10)

$P(E_3) = \dfrac{{}^3C_3}{{}^5C_3} = \dfrac{1}{10}$. (10)

අගයන් 3ට ලකුණු දෙන්න.



$P(W|E_1) = \dfrac{2}{3}$

$P(W|E_2) = \dfrac{1}{3}$

$P(W|E_3) = 0$

(10) / (00)

මුළු සම්භාවිතා නියමයෙන් :

$P(W) = P(W|E_1)P(E_1) + P(W|E_2)P(E_2) + P(W|E_3)P(E_3)$

$= \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{10} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{6}{10} + 0 \times \dfrac{1}{10}$ (10) / (00)

අවශ්‍ය නැත.

$= \dfrac{2}{5}$. (5)

55

https://t.me/gcealpastpapersbank

https://t.me/gcealpastpapersbank

බේස් ප්‍රමේය :

$$P(E_1|W)=\frac{P(W|E_1).P(E_1)}{P(W)}$$ (10)

$$=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}}$$ (10)/(00) වරදට අනුව නිවැරදි නම් දෙන්න.

$$=\frac{1}{2}$$ (5) මේ ලකුණු නැත.

15

(b) සිසුන් 20 දෙනෙකු ප්‍රහේලිකාවක් විසඳීම සඳහා ගත් කාලයන් එම එක් එක් කාලයෙන් 10 ක් අඩුකර ඉන්පසු 2 න් බෙදීම මගින් කේත කර ඇත.

සංඛ්‍යාත 2 ක් අතුරුදහන් වූ කේත කළ දත්තයන්හි සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දී ඇත:

කේත කළ කාලයන් (මිනිත්තු වලින්)	සංඛ්‍යාතය
0 – 2	2
2 – 4	f_1
4 – 6	9
6 – 8	f_2
8 – 10	1

කේත කළ කාලයන්හි නිමානය කළ මධ්‍යන්‍යය මිනිත්තු 4.4 බව දී ඇත. $f_1 = 6$ හා $f_2 = 2$ බව පෙන්වන්න. කේත කළ කාලයන්හි සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

දැන්, ප්‍රහේලිකාව විසඳීම සඳහා ගත් සැබෑ කාලයන්හි මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

කේත කළ කාලයන් (මිනිත්තු වලින්)	f_i	x_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0 - 2	2	1	2	2
2 - 4	f_1	3	$3f_1$	$9f_1=54$
4 - 6	9	5	45	225
6 - 8	f_2	7	$7f_2$	$49f_2=98$
8 - 10	1	9	9	81
			$56+3f_1+7f_2$	460

https://t.me/gcealpastpapersbank

$12+f_1+f_2=20$

$\therefore \quad f_1+f_2=8$ ------------(1) (5)

$$\frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{5} f_2} = \frac{56+3f_1+7f_2}{20} = 4.4$$ (10) (56 වැරදි නම් (10)ත් (5)ක් දෙන්න)

$\therefore 3f_1+7f_2=32$ ------------(2) (5)

$(1),(2) \Rightarrow f_1=6$ and $f_2=2$ (5)

25

සම්මත අපගමනය $= \sqrt{\frac{460}{20}-(4.4)^2}$ (10) + (5)

for 460

$= \sqrt{3.64}$ ← (5)

≈ 1.91 අවශ්‍ය නැත.

මාත පංතිය : $4-6$

මාතය $= L+\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)c$

$= 4+\left(\frac{9-6}{(9-6)+(9-2)}\right)\times 2$ ← (5)

$= 4+\left(\frac{3}{3+7}\right)\times 2$

$= 4.6$ ← (5)

30

---

https://t.me/gcealpastpapersbank

y යනු සැබෑ කාලය යැයි ගනිමු.

එවිට, $x = \dfrac{y-10}{2}$.

$\therefore y = 2x + 10.$ (5)

$\overline{y} = 2\overline{x} + 10$

$\therefore \overline{y} = 2 \times 4.4 + 10$

සැබෑ මධ්‍යස්ථය $= 18.8$ (5)

$\sigma_y = 2\sigma_x$ (5)

සැබෑ සම්මත අපගමනය $= 2 \times \sqrt{3.64} \quad \approx 2 \times 1.91 \quad = 3.82$ (5)

සැබෑ මාතය $= 2 \times 4.6 + 10$

$= 19.2$ (5)

25